

아나, 무엇이 문제인가?

수학공부에서의 불안감

나는 학생들, 특히 우리 나라의 고등학생들이 수학을 공부하면서 겪는 어려움을 안다. 그것은 ‘불안감’이다. 내가 그 어려움을 아는 까닭은 물론 나 역시 그것을 경험했기 때문이다.

하지만 다른 사람들 역시 그와 같은 경험들을 했는데도 내가 혼자서 이렇게 나만 그 어려움을 잘 아는 것처럼 얘기하는 데에는 까닭이 있다. 그것은 내가 잘났기 때문이라서 보다는 내가 다른 사람들보다 아둔해서 그 어려움을 더 크게 느꼈기 때문일 것이다. 그리고 한가지 더, 대학을 졸업한 지도 여러 해가 지난 지금까지 그 어려움을 잘 기억하고 있다는 ‘조금’은 기억력이 좋은 탓이 작용하는 지도 모른다.



우리 나라의 고등학생들이 수학을 공부하면서 겪는 어려움은 ‘불안감’이다.

무엇에 대한 불안감이나 하면, 성적에 대한 불안감인 경우도 있겠지만 실제로는 이해에 대한 불안감이다. 그것을 자세히 설명하자면 다음과 같이 이야기할 수 있다.

고등학생들이 수학을 공부하면서 가장 많이 하는 일은 수학 문제를 푸는 일이다. 어떤 문제는 처음 봤을 때부터 쉽게 풀 수 있는 문제인 경우도 있겠지만 훨씬 더 많은 문제들이 금방 풀 수 없을 만큼 어려운 문제들이고 그래서 학생들은 해답집에 있는 풀이를 보고 그 문제를 이해하려 한다. 실제로 학생들은 나중에 그 문제를 풀 수 있게 된다. 그리고 이러한 공부는 계속 반복되어 나가고 공부를 열심히 하는 학생들은 자기가 공부한 대부분의 수학문제들을 신속하게 풀어낼 수 있게 된다.

하지만 이렇게 모든 문제를 풀 수 있게 된다고 하더라도 대부분의 학생들은 수학을 대할 때 불안하다. 그 느낌을 직접 표현하자면 이렇게 말할 수 있다. 항상 문제를 풀 수는 있지만 밝은 대낮에 탁트인, 잘 아는 길을 가는 것이 아니라 짙은 안개가 낀 낯선 길을 걸으며 어떤 친구의 집을 찾아가는 듯한 느낌. 여기서 몇 미터를 걸어서 왼쪽으로 돌고 다시 거기서 얼마를 가서 다시 오른쪽으로 돌고... 이런 식으로 길을 찾아갈 줄은 알지만 항상 그 마지막에 제대로 친구의 집을 찾을 수 있을 지에 대해서 확신을 가지지 못하는 애매한 느낌, 이런 느낌이 수학에 있어서의 불안감이다.

이 불안감이란 것이 어디서 오는 것일까? 모든 문제를 풀 수 있다면 이런 불안감은 상관없는 것이 아닐까?

대부분의 학생들에게 이러한 수학공부에서의 불안감을 상당히 해소하기도 어렵고 누구에게 하소연하기도 어려운 문제이다.

왜냐하면 선생님들께서 항상 질문을 하라고 하시지만 무엇을 어떻게 물어야 할지를 모르기 때문에 질문을 할 수가 없는 까닭이다. 질문도 할 수 없으니 해소가 안되는 것도 당연하다. 더군다나 이 불안감이 평소에 치르는 기말고사나 모의고사의 결과에 별로 영향을 미치지 않기 때문에 결국에는 대부분의 학생들이 이런 문제를 스스로 무시해 버리고 만다. 그리고 결국에는 심각한 문제를 일으킨다.

이 불안감이 어떤 문제를 일으킬까?

[1] 첫째로 많은 학생들이 수학에 대해서 흥미를 가질 수 없게 만든다.

알고 보면 수학은 참 재미있는 학문인데 우리 나라 학생들 중에서 가장 어려운 과목으로 수학을 꼽는 학생들은 많아도 수학을 조금이라도 재미있게 생각하는 사람들은 극히 일부분일 뿐이다. 그것이 나중에는 기초과학의 발전이나 국가경쟁력까지 이어진다. 하지만 대부분의 학생들이 이런 걱정까지 하지는 않을 것이다.

[2] 학생들이 직접 관심을 가지는 문제는 두번째 문제일 것이다. 즉 대학 입시, 학생들(아니, 오히려 그 학생의 학부모들이 더 원하는)이 원하는 최종 결과에서 실패하게 되는 중요한 원인이 되는 것이다.

실제로 평소에 좋은 성적을 받다가 마지막 수능시험에서 나쁜 성적을 받기 쉬운 가장 대표적인 과목이 수학이다. 주위에서 그런 사례들은 누구나 쉽게 찾아 볼 수 있을 것이다. 그리고 거기에는 충분한 이유가 있다. 그 이유를 알면 수학에 대해서 불안감을 느끼는 학생들의 문제가 무엇인지 그리고 어떻게 수학을 공부해야만 하는지를 알게 될 것이다. 이제 그것을 설명할 차례이다. 말하자면, “그것이 알고 있다, 고교 수학공부의 문제” 라는 특집 프로그램의 본론이라고나 할까.

불안감이 생기는 과정

먼저 학생들이 흔히 수학공부를 어떻게 하는지 알아보자.

제일 먼저 학생들은 수학의 각 개념에 대해서 학교에서 선생님들의 설명을 듣는다. 그 개념은 주로 정의와 간단한 설명, 그리고 그로부터 도출되는 공식으로 이루어지는데 대략 참고자 1-2장을 넘지 않는 적은 분량이다. 그 개념 설명만을 다 모아 놓으면 고교 수학의 전 과정을 다 포함한다고 해도 아주 작은 소책자밖에는 되지 않을 것이다. 그리고 그런 책은 학생들이 하루만에 다 볼 수 있는 분량이 된다.

일단 그렇게 개념 설명을 듣고 나면 학생들은 흔히 그 속에 들어 있는 공식들을 외우려 한다. 그리고는 이어서 문제들에 공식을 적용시켜 보려 하는 것이다.

가끔은 쉬운 문제들이 있지만 대개 문제들은 극히 어렵다. 그래서 풀이를 보고 그 문제를 이해해 보려 한다. 그러다가 금방 이해가 안되면 풀이를 암기하게 된다. 그리고는 나중에 다시 그 문제를 풀 수 있는가를 점검한다. 이렇게 해서 문제를 항상 풀 수 있게 되면 학생들은 공부를 한 것이 된다.

이러한 학생들의 공부 방법 속에서 치명적인 문제점들이 있는데, 그것은 수학 개념을 이해하고, 또 문제를 이해하는 과정이 거의 들어있지 않다는 것이다. 그 문제는 단적으로 어떻게 드러나는가 하면, 학생들이 문제를 풀 수는 있지만 그 문제를 왜 그렇게 푸는지를 이해하지 못하는 결과를 나타낸다.

가끔은 학생들이 문제를 혼자서 풀다가 엉뚱한 방식으로 문제를 풀려하게 되고 그래서 오답을 얻게 되는 경우가 생기기도 한다. 이 때 학생들은 대개 풀이와 답을 확인하고 자신이 시도한 풀이가 잘못되었구나 하는 것을 깨달은 후에 풀이 방법을 바꾸게 된다. 왜 자신의 풀이가 잘못되었는지를 이해하고 넘어가는 학생들은 거의 없다.

왜 이런 식으로 문제를 풀면 안되는지를 이해하지 못하므로 반대로 왜 문제를 저렇게 풀어야만 하는지를 역시 이해하지 못한다.

학생들은 항상 문제를 보면 반사적으로 문제 풀이방법을 ‘기억’ 해 내어서 풀이를 하고 답을 구할 뿐이다. 이렇게 되면 항상 새로운 문제를 만날 때 마다 풀이를 보지 않으면 스스로 풀 수가 없게 된다.

그러니까 시험에서도 새로운 문제가 나오면 풀 수 없을 것이라는 것을 학생들은 조금씩 느끼게 되고 이것이 불안감이 된다. 그리고 이 불안감은 오랫동안 잠복해 있다가 맨 마지막에 수능시험(또는 대학입시)에서 갑자기 모습을 나타내고야 마는 것이다.

수능시험만 망친다?

왜 그 전에는 이 공부방법의 문제점들이 나타나지 않을까?

이유는 간단하다. 평소에 시험을 치르면서 만나는 문제들은 항상 학생들에게 익숙한, 그래서 풀이방법을 암기한 문제들이기 때문이다.

왜 수능시험은 망치게 될까?

그 이유 역시 간단하다. 수능시험에서는 항상 새로운 문제, 그래서 학생들이 보지 못했던 문제들이 나오기 때문이다.

만약 수능 시험 문제들 중에서 한 문제가 어느어느 참고서에 있는 문제와 유사하다면, 그 사실은 언론에 대서특필되고 다음 해에 그 참고서는 불티나게 팔린다. 그 참고서를 만든 회사는 횡재를 하겠구나 하는 생각을 학생들이 할지도 모르지만 그 보다도 학생들은 이것을 생각해야 한다. 즉 한 문제만 그렇게 기존 참고서에 있는 문제가 나와도 세상이 시끄럽게 된다는 것, 그만큼 학생들이 이미 많이 보아 온 기존 참고서 속에 있는 문제들은 수능시험에 거의 나타나지 않는다는 것이 학생에게는 중요하다.

물론 수능출제 경향과 비슷하게 모의고사와 학교 중간고사 문제들은 흉내를 낸다. 하지만 거기에는 넘을 수 없는 벽이 있다.

[1] 첫째로 그 출제경향은 항상 입시의 출제경향의 뒤를 쫓을 뿐이기 때문에 언제나 입시경향이 바뀌면 학생들은 피해를 입게 된다.

[2] 한편, 둘째로 평소에 학생들이 시험을 치르는 문제는 일정한 사람들이 한두 달에 한번씩 반복적으로 만들어내는 문제들이다.

그 출제자들이 아무리 머리가 좋고 노력을 많이 기울여도 자주 많은 문제들을 만들어 내다 보면 결국에는 비슷한 문제들을 반복 출제하게 된다.

[3] 그리고 셋째로 평소에 시험을 치를 때 학생들이 푸는 문제는 고등학교 교과과정에 대해서 익숙한 사람들이 출제를 하게 된다.

하지만 수능 시험은 고등학교 교과과정에 익숙하지 않은 사람들이 출제를 한다. 그리고 그들은 극히 전문 지식을 가진 대학교수들인데 그들이 아무리 자주 출제한다고 하더라도 1년에 한번 이상은 출제를 하지 않으며 또한 여러 사람들이 머리를 맞대고 한 달 이상의 기간 동안 궁리해서 문제를 만들게 된다.

생각해 보라 자기 분야의 전문가가 고등학교 교과과정에 익숙하지 않으면서 그 교과과정에 맞추어서 충분히 많은 시간적인 여유 속에서 출제한다면 기발한 문제들, 새로운 문제들이 쏟아져 나올 수밖에 없다. 특히나 그들은 고등학생들이 어떤 문제를 많이 공부하는지를 모르기 때문에 그런 문제를 굳이 피하려 하지도 않고 또 비슷하게 만들려고 하지도 않는다.

한마디로 예측할 수 없다.

결과적으로는 학생들에게 낯선 문제들이 항상, 그리고 반드시 나온다.

수학에 대해서 학생들이 가진 불안감은 새로운 문제를 만났을 때 정말 그 문제를 해결할 수 있을까 하는 걱정이었는데 그 불안감이 실제로 폭발할 수 있는 가장 적절한 조건이 수능시험에서만 주어지는 것이다.

당연히 평소에는 수학성적이 잘 나오다가 수능시험만 망칠 수밖에 없다.

평소의 수학성적이 그대로 나온다면 그 학생은 수학을 제대로 공부했거나 아니면 정말 운이 좋은 사람이라고 생각해야만 한다. 즉, 평소에 수학성적과 비교도 안될 만큼 나쁜 성적을 갑자기 얻는 학생들이 불행한 것이 아니라 평소와 같은 성적을 얻은 학생들이 대체로 행운아인 것이다.

‘공식 위로’ 와 ‘공식 밑으로’ 의 차이

학생들이 수능 시험에서만 수학성적이 나쁜 좀더 구체적인 까닭을 하나 더 말할 수 있다.

이것도 출제경향과 관련된 것이지만 학생들의 공부 성향과도 밀접하게 관련되어 있는 것이다.

그것은, 대부분의 학생들은 평소에 수학 공식 위의 문제들만을 즐겨 풀고 공부하지만 수능시험에서는 오히려 수학 공식 밑의 문제들이 중점적으로 출제되기 때문이다.

그리고 이러한 수능시험의 출제경향은 학생들의 수학 공부를 정말 바람직한 방향으로 이끌기 위한 것이다.

수학 공식 위의 문제들이란 어떤 문제들이인가?

그것은 수학 공식을 아는 학생들이 그 공식을 다양하게, 때로는 복잡하게 적용해서 풀어야 하는 문제들이다.

예를 들자면 로그 함수의 연산을 통해서 도출된 식에 2차 방정식의 근의 공식을 적용하여 답을 구해야 하는 등의 복잡한 문제들이 그러한 것이다. 많은 응용 문제들도 이러한 ‘공식 위’의 문제들에 속한다고 할 수 있다.

한편, 수학 공식 밑의 문제들이란 어떤 문제들이인가?

그것은 공식이 도출되는 기본 개념과 그 밑바탕의 논리적 사고를 통해서 풀어야 하는 문제들이다.

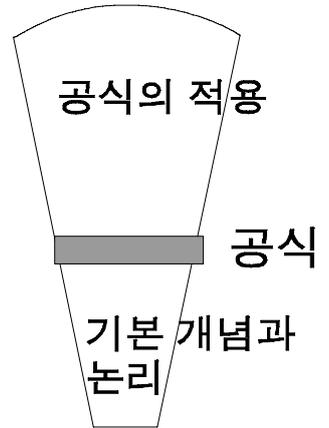
예를 들자면 어떤 공식이 도출되는 과정을 묻는 문제라든지, 혹은 집합, 명제, 함수 등의 기본 개념을 활용한 문제들이 여기에 해당한다. 증명 문제와 일부 응용 문제들도 수학 공식 밑의 문제들이다.

수학 공식 위의 문제들은 일정한 틀이 있다.

그것은 공식들을 결합해서 만들어진 문제들이기 때문에 마치 일정한 모양을 가진 부품들로 기계를 만드는 것과 같다. 그것은 화려하고 재미있지만 생각보다는 단순하며 깊이있고 창의적인 생각을 요구하지는 않는다.

수학 공식 밑의 문제에는 일정한 틀이 없다.

그것은 마치 쇠를 녹여 기계의 부품을 만드는 것과 같다. 쇠를 녹이면 그것은 어떤 형태로든 만들 수 있다. 따라서 공식 밑의 문제들은 한없이 다양할 수 있으며 매우 논리적이고 풍부한 상상력을 가져야만 해결할 수 있는 문제들이다.



학교에서 자주 치르는 시험들의 대부분은 공식 위의 문제들이다. 또 학생들은 수학 공식 밑의 문제들을 보기 어렵다. 그것은 수능 문제와 일반 문제가 다른 이유와 똑같다. 공식 밑의 문제는 문제 출제자가 아주 많이 생각해야 한다. 그래서 출제하기가 어렵다. 한편 학생들은 같은 문제가 있으면 스스로 생각하지 않고 풀 수 있는 문제, 혹은 간단하게 생각하거나 외워서 풀 수 있는 문제가 더 편하다. 그래서 자꾸 수학 공부가 공식 위로만 올라간다.

어떻게 해야만 이런 문제점들을 해결할 수 있는가?

어떻게 해야만 하는가?

그러면, 학생들은 수학을 어떻게 공부해야만 하는가? 어떻게 입시준비를 해야만 하는가?

수학을 잘 공부하는데 목적이 있는 것이 아니라 대학 입시만을 잘 치르고자 하는 학생에게 해 주고 싶은 말이 다음의 설명이다.

즉 가장 좋은 방법은 평소 시험에서 금방 좋은 성적을 얻을 수 있는 방법을 찾을 것이 아니라 제대로 된 공부방법을 찾으라는 것.

이것은 글쓴이가 학생들을 바르게 이끌겠다는 윤리적 사명감 때문에 하는 말이 아니다. 이것이 수학에 관심이 있건 없건 가장 좋은 성적을 확실하게 얻는 방법이기 때문에 하는 말이다. 물론 그것이 올바른 방법, 교과서적인 진부한 충고와 일치하는 것은 우연이 아니다. 그 이유를 설명하면 쉽게 이해할 수 있게 될 것이다.

앞에서 나는 평소의 학교시험과 모의고사는 항상 입시 출제경향을 뒤쫓을 뿐이라고 말했다. 그리고 그것은 당연한 일이다. 그렇다면 당연히 입시 출제경향을 미리 알고 나갈 수는 없을 것이라고 생각하기 쉽다.

이 결론은 반쯤은 옳고 반쯤은 그른 것이다.

입시 출제경향이 어디로 가는지 미리 알고 입시가 움직이는 곳에 먼저 가서 기다리는 방법이 있다.

그것은 각 과목에서 학생들이 공부해야 하는 것을 정확하게 습득하는 것이다.

수학 교과서에는 머리말이 있는데 학생들이 거의 관심있게 쳐다보지 않는 그 머리말에는 수학을 공부하는 목적이 써어 있다.

그 내용에 따르면 수학을 공부하는 목적은 <1>수학에 대한 기본 지식을 얻고 <2>논리적인 사고력을 기르기 위한 것이다.

그리고 그 머리말에는 써어있지 않지만 학생들에게 강조해야 할 한가지는, 모든 대학입시는 제 아무리 그 출제경향이 바뀐다고 하더라도 수학시험을 치르는 이상, 이 수학공부의 목적과는 다른 기준으로 출제를 하지는 않는다는 사실이다. 만약 수학문제가 논리적 사고력과 수학의 기본 지식을 가진 사람이 풀기에 적당하지 않은 방향으로 출제된다면 그 출제위원들은 모두 직위를 잃게 될지도 모른다. 언론에 대서특필되는 기사는, 어느 문제가 시중의 어떤 참고서 문제와 같았던 때와는 다른 수준으로 특종감일 것임은 말할 것도 없다.

그러므로 학생들은 적어도 1,2학년 때까지는 수학의 기본개념을 이해하고, 하나의 문제를 풀더라도 왜 이 문제를 이렇게 풀어야 하는지를 이해하려 하면서 공부해야만 한다.

특히 입시경향이 현재와 같이 문제해결 능력 중심으로 출제되는 수능시험의 경우에는, 3학년 때에도 끝까지 이렇게 공부해야만 한다.

그래야만이 평소의 학교시험에서는 뛰어난 성적을 얻지 못할지라도 새로운 형태의 문제를 봤을 때 풀 수 있게 되고 수능시험에서 좋은 성적을 거둘 수 있을 것이다. 여기에서 평소 학교에서 선생님이 가르쳐 주시는 문제들을 같이 공부한다면 평소 시험성적도 나쁘지 않을 것임은 틀림없다.

이런 식으로 공부를 한다면 모든 문제를 금방금방 풀 수 있는 재미는 쉽게 생기지 않을지 모르지만 어떤 새로운 문제를 만나도 재미를 가지고 도전해 본다는 생각으로 공부하게 될 것이다. 그것은 곧 수학을 재미있게 만들 수 있다.

그렇다면 수학의 개념을 철저히 이해하고 문제해결을 할 때 쉽게 풀리지 않는다고 짜증내지 말고 끈질기게 자신의 지능을 활용해서 도전해야 한다. 마치 흥미있는 퍼즐문제를 풀 때처럼.

이렇게 공부하고자 할 때 학생들의 머리 속에 가장 먼저 떠오르는 걱정거리는 짧은 시간 안에 '많은 공부'를 할 수 없다는 것이다. 흔히들 '많은 공부'라고 표현을 하지만 그 뜻을 정확하게 제시하면, 짧은 시간 안에 많은 문제를 풀 수 없다는 뜻이다.

이 문제를 내가 해결해 줄 수는 없다. 대신에 다음의 말을 해 줄 수 있을 뿐이다.

첫째로 말할 수 있는 것은 이러한 걱정이 우선적으로 암기적인 수학공부를 할 때를 기준으로 해서 생겨난다는 것이다. 문제를 암기하고 넘어가는 학생은 하루에 문제집의 문제들 10장은 공부하는데 이른바 '이해하면서' 공부하자니까 문제지를 하루 동안 3장도 풀기 힘들더라는 것. 하지만 하루에 10장을 풀더라도 결국 중요한 시험에 그 문제가 아닌, 처음 보는 문제가 나오리라는 것은 불을 보듯이 환하다. 암기적인 수학공부를 하느냐 이해를 통한 수학공부를 하느냐의 차이는 그 '처음 보는 문제'도 역시 풀 수 있도록 공부하느냐 그렇지 않고 익숙한 문제만 잘 풀 수 있도록 적응력을 높이느냐의 차이이다.

둘째로, 가장 중요한 것은 노력이다. 많은 노력을 하지 않고 수학성적을 건실하게 향상시킬 수 있는 방법을 찾고 있는 학생이라면 이 책을 읽어도 별로 신통치 않을 것임이 틀림없다. 이해를 하면서 직접 문제를 해결하고 갖가지 시행착오를 직접 겪으면서 수학 문제집의 문제들을 풀어나가자면 훨씬 시간이 더 많이 걸린다. 그럼에도 불구하고 학생 시절 동안 충분히 많은 것을 공부하기 위해서는 많은 시간을 공부에 투자해야만 한다.

이해를 위한 마지막 비상구

일단 결론은 수학을 이해하면서 공부하라는 것이지만 이미 이런 말을 학생들은 수없이 많이 들었으리라고 생각한다.

하지만 그렇다고 해서 학생들 자신에게 문제가 해결되지 않는 것이다.

그래서 나는 조금 더 다른 말을 해 주고 싶다. 그 때문에 이 책을 쓰게 된 것이다.

다행히도 나는 학생 때 좀 아둔했던 탓에 나만큼 아둔한 학생들이 무엇을 몰라서 고민하는지를 안다. 그리고 그것을 여전히 기억하고 있으며 지금은 다 해결되었다. 그래서 그 모든 내용을 설명할 것이다.

학생들은 두가지를 시도해야만 한다.

[1] 첫째, 어떤 수학문제를 풀 때 금방 풀리지 않고 이해되지 않는다 하더라도 짜증내지 말고, 급하게 마음먹지도 말아야 하며 끈질기게 생각해서 풀어야만 한다.

[2] 다른 한가지는 수학의 개념을 이해하고 그것을 적용하라는 것이다.(이것은 앞에서 이미 말했었지만.)

이 두가지 중에서 첫번째 것인 ‘끈질기게 매달리는 것’을 나는 전혀 도와줄 수 없다. 그것은 학생 자신이 해야만 하는 문제이다.

대신에 두번째 것은 도와줄 수 있다.

대체로 고교 수학교과 내용은 뻔한데 그 속에서 학생들이 이해를 못하고, 또는 대충 이해를 하고 넘어가는 내용이 무엇인지, 그리고 그것이 어떤 문제를 해결하는 데에 어떻게 악영향을 미치는지도 뻔하다. 그것은 마치 수학의 공식처럼 정해져 있다.

물론 예외는 있을 것이다. 하지만 그 예외들 중에는 다른 학생들이 모르는 것을 알고 있는 학생들도 있고 다른 학생이 아는 것을 모르는 학생들도 있겠지만 다른 학생들이 아는 것을 대부분 모르면서 다른 학생들이 모르는 것을 대부분 아는 학생, 그래서 이 책에서 설명하는 내용과는 전혀 다른 내용에 대해서 설명을 필요로 하는 학생들은 없을 것이다.



말이 좀 혼란스러워서 어렵게 들렸을 부분이 있는지도 모르겠다.

간단하게 말해서, 공부를 좀 잘 하는 학생이라면 이 책의 내용이 모두 대단하게 여겨지는 않겠지만 그 학생이 모르는 내용이 조금이라도 있다면 그것은 이 책에서 설명하고 있는 내용에 틀림없이 포함되어 있을 것이다.