W.Marciszewski(ed), *Dictionary of Logic: As applied in the study of language*, (1981), Martinus Nijhoff Publishers.

파깨비 번역(www.pakebi.com)

(논리적) 의미론

[325] 1. 과학적 의미론의 개념은 수학적 논리학의 분과의 명칭으로서 타르스키(Tarski)에 의해서 도입되었다. 모리스(Morris)는 의미론을 기호들과 그것들이 가리키는 것 간의 관계들에 대한 이론으로서 간주하였고 의미론을 Semiotics(즉 기호와 그 응용들의 일반 이론)의 한 부분으로서 다루었다. 이 이론의 다른 부분들은 화용론(pragmatics)이며 이것은 곧 기호들과 그 사용자들(즉 그 기호들을 생산하고 받아들이는 사람들) 간의 관계에 대한 이론이다. 구문론도 있는데 이것은 기호들 간의 형식적 관계에 대한 이론들이며, 즉 구문은 과학의 언어에 적용된 구문론이며 논리적 연산의 이론을 포함한다.

타르스키의 제안에 따르면 과학적 의미론은, 오늘날 논리적 의미론이라고도 불리는데 다음과 같은 내용으로 구성된다.

> 거칠게 말해서 언어의 표현들과 그 표현들이 지칭하는 대상들 혹은 사태들 간의 특정한 관계들을 표현하는 그런 개념들과 관련되는 고려들의 총체. 의미론적 개념들의 전형적인 예들로서 우리는 ‘지칭’(denotation), ‘만족’(satisfaction), 그리고 '정의'(definition)의 개념들을 언급할 수 있다.

후자는 독특한 결정으로서 이해된다. 즉 방정식 “ $x^3=2$”은 2의 제곱근을 정의한다.

오늘날에는 “논리적 의미론”이라는 이름은 특히 언어를 형식적 메타언어에서 취급할 때에 적용된다. 그러한 취급의 전형적인 예는 타르스키의 예이다. 메타언어적 정리들은 논리적 의미론에 속하거나 논리적 구문론에 속하며 “메타정리들”이라 불린다.

고전적 논리적 의미론이나 표준적 논리적 의미론은 ‘모형 이론’과 동일시된다. 그것은 다음에서 논의될 것이며 ‘모형 이론’이라는 항목에서 더 기술적인 설명이 제공될 것이다. 그 밖의 대안적인 접근법으로서, 고전적인 것은 아니지만, “진리값 의미론”이라는 제목으로서 대략적으로 소개될 것이다.

2. 모형이론

2.1 “언어 L에 대한 모형”은 대상들의 순서 2중체 (U, F)이며 여기서 U는 비공집합이며 그 모형의 “전체집합”이라 불리고, 이것은 L의 개체 변항들의 값들을 포함한다. F는 각각의 L의 비논리적(서술적 descriptive) 상항들에 지시체를 할당하는 함수이다. [326]즉 그것은 L의 개별 상항들에 U의 원소들을 할당하며 L의 각 술어들에 U의 원소들의 집합을 할당하는데 이 할당된 집합은 공집합일 수도 있는, 즉 아무런 원소도 없을 수도 있고 전체집합일 수도 있는 그런 집합이다.

자연수에 대한 산술의 언어를 예로 들어 보자. 그것을 L_A라고 부를 것이다. L_A의 전체 집합 U는 자연수의 집합이다. L_A의 개별 상항들은 숫자들, 즉 자연수의 이름들이다. 기호 S와 P를 3항짜리 술어이며 이것은 "x가 y와 z의 합이다"와 "x는 y와 z의 곱이다"로 읽힌다고 하자. 그러면 함수 F는, 각 숫자들에 자연수를, S의 술어들에 각 삼중체의 첫 번째 원소가 다른 두 원소들의 합인 그런 삼중체들의 집합을 부여하는 등의 함수이다. S나 P와 같은 술어들 대신에 함수 기호들이 도입되어 각각의 연산들을 지시할 수 있다. 그것은 2항 술어 = 때문에 가능한데 이 술어는 술어 논리에 속하는 논리적 기호로서 사용될 수 있다. 기호 +는 S의 술어에 대응되는 함수 기호라고 하면, 다음의 등식이 성립한다.

$$S(x,y,z)\equiv(x=y+z)$$

따라서 하나의 모형을 구체화할 때 우리는 자주 연산 기호들[함수 기호들]을 술어들 대신으로 사용한다. 때때로 우리는 우리의 모형의 특징적 원소들로서 하나 이상의 개체들을 선택한다. L_A에 대해서는 그러한 원소가 숫자 0이다. 특징적인 개체 상항들은, 기호들이 영항 연산들을 지칭하는 것과 마찬가지로 함수를 함수 기호들과 마찬가지로 다루어질 수 있다.

또 다른 예로서 행태적 언어 L_B에 대한 매우 단순화된 경험적 모형을 들어 보자. 전체집합 U_B는 동물들과, 동물들을 자극할 수 있는 물질적 대상들, 즉 음식 조각이나 빛 등과 같은 것들의 집합이다. 유일한 술어는 "x가 y에 반응한다"라는 술어이다. 개체들의 이름들이 그러한 경험적 모형에서 모자랄지 모른다는 문제가 있다. 즉 그 함수들은, 구체적인 조건에서 사용될 때, 몇 개의 색인적 표현들[대명사들]에 의해서 임시적으로(ad hoc) 이루어질지도 모른다. "반응한다"라는 술어는 각 순서쌍의 두 번째 원소가 첫 번째 원소들에 반응하는 그런 순서쌍들의 집합을 지칭한다.

함수 F를 '해석' 함수, 혹은 간단히 '해석'이라고 한다. 개체 상항에 할당된 하나의 대상이나 F에 할당된 술어는 각 표현의 지시체(denotation)라고 불린다. 해석이 어떤 언어의 표현들에 할당하는 대상들의 논의영역은 '구조'(structure)라고 하며, 혹은 '관계적 체계'(relational system)이라고도 한다. 한 언어의 모형은 모든 술어들(그리고/혹은 함수 기호들)과 개체 상항들을 배열(sequence)의 형식으로 열거함에 의해서 편리하게 구체화될 수 있다. 주로 모형들을 나타낼 때는 독일 문자들을 사용한다. 예를 들어서,

$A=\langle N,S,P\rangle$, 여기서 N은 자연수들의 집합.
$A'=\langle N,+,\cdot,0\rangle$
$B=\langle U_B, reacts\rangle$

어떤 때는 우리가 식이나 식들의 집합의 모형[현실화]에 대해 말한다. 그러한 개념은 예를 들어 "논리적 귀결"(logical consequence)[의미론적 귀결(semantic consequence)]에 대한 타르스키의 정의에서 나타나며 다음과 같이 언급된다. 어떤 식 A가 집합 K의 식으로부터 "논리적으로 따라온다"고 말해지기 위한 조건은 집합 K의 모든 모형이 또한 A의 모형이기도 하다는 것이다. [327]식 K의 집합의 모형이라는 것에서 우리가 이해하는 것은 집합 K의 모든 문장적 식을 만족시키는 대상들의 배열이다. 만족의 정의를 알기 위해서는 "모형 이론", "참", "술어 논리"를 보면 된다.

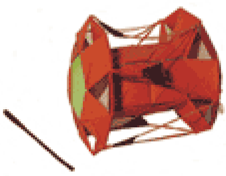
22. 모형 이론과 추상 대수[보편 대수] 사이에는 밀접한 관계가 있는데 그것은 해석 함수에 의해서 언어에 연관되는 대상들의 체계는 대수적 체계들로 간주될 수 있기 때문이다. 모형 이론에 도달하자면 우리는 추상 대수에 형식 언어, 즉 동일성을 포함하는 1차 술어 논리를 부가한다. 연구된 구조들과 그 구조가 연구된 언어 간의 연결다리는 참의 정의에 의해서 제공될 수 있다. 그러면 형식 언어는 "모형 안에서의 해석"을 갖는다고 말해진다.

모형 이론 이전의 역사는 19세기의 비 유클리드 기하학의 발견까지 거슬러 올라간다. "모형"이란 용어가 아직 그런 이해를 표현하기 위해서 존재하지 않았지만 하나의 이론이 하나 이상의 모형을 가질 수 있음이 관찰되었다. 모형 이론을 만들기 위해서 또 다른 사전 지식은 칸토르의 집합론이었다. 이것은 모형 이론적 '존재론'과 프레게의 술어 논리를 제공하였다. 프레게의 술어 논리에서 몇몇 기본적 의미론의 개념들이 포함되었는데 그것들은 참과 지시체(denotation), 그리고 복합적 표현의 지시체(Bedeutung)는 그 구성 요소의 지시체들의 함수라는 것이다. 추상 대수는 19세기 중엽까지 거슬러 올라가는 불의 연구에 그 뿌리를 두고 있다.

오늘날 모형 이론적인 것으로서 간주되는 몇 가지 정리들은 20년대 이전의 뢰벤하임의 연구에서 나타난다. (비교, "모형 이론", "참") 그 후 30년대에 일련의 근본적 결과들(fundamental results), 즉 완전성(193), 조밀성(1930), 그리고 불완전성(1931)에 대한 괴델의 정리들, 타르스키의 참의 정의(1933), 논리적 귀결에 대한 타르스키의 정의(1936) 등이 나타났다. 추가적인 중요한 발전들은 50년대에 시작된다. 완전성에 대한 헨킨의 연구(1949), 타르스키의 새로운 공헌들 등이 말이다. '모형이론'이란 용어는 타르스키에 의해 도입되었다.

모형 이론에 대한 기본 체계는 1차 논리이다. 모형 이론들은 또한 2차 논리, 추가적인 양화사들을 가진 논리학, 무한 논리(infinitary logic), 직관주의적 논리(intuitionistic logic), 양상 논리, 그리고 다치 논리를 위해서도 개발되었다. 모형 이론에 관한 역사적 언급을 위해서는 Chang과 Keisler의 저작을 보라. 방법론적 응용들의 예는 Przefecki의 저작과 Wojcicki의 저작에서 찾을 수 있다.

3. 진리값 의미론



3.1. 비 표준적 논리적 의미론은 모형 이론적 접근에 대한 하나의 대안인데, "진리값 의미론"(truth-value semantics)라는 이름 하에 개발되었으며 여기서는 TS로 약칭하겠다.(이 명칭은 Leblanc가 사용하였으며 그의 그 이전 저작들에서 도입되었다.) 이 새로운 의미론은 모형과 지시체 등의 개념들이 없이 이루어진다. 기본 개념은 참 개념이다. 1차(first-order) 타당성은 참의 용어에 의해서만 정의되며 이는 문장 논리의 진리 함수적 타당성과 유사하다.

[328] 비트겐슈타인의 「논리철학논고」는 진리값 접근법의 생각이 최초로 나타나는 저작이라고 간주된다. 물론 이 저작에서 그 생각이 명시적으로 형식화되지는 않았지만 말이다. 이런 진리값 의미론의 생각은, 논리학의 모든 명제들은 항진명제이며, 구성 요소들의 진리 함수로서 이해되는 항진명제라는 비트겐슈타인의 주장의 저변에 있다. 이 생각을 옹호한 그다음 저자는 Ramsey였고 그것을 완전히 일련의 저작들 속에서 하나의 체계로 발전시킨 사람은 Carnap이다. 모든 상태 서술에서 성립하는 식으로서의 항진명제의 생각에 기초해서 논리적 참을 설명하는 카르납의 설명은 진리값 의미론의 분명한 예이다.

추가적으로 기여한 사람들은 Beth와 Hintikka, Schutte, 그리고 일부는 Henkin도 기여했다.

32. 양화사에 대한 특별한 취급은 양화사들에 대한 대입적 해석(substitution interpretation)이라 불렸는데 이것은 진리값 의미론의 핵심적인 부분이다. 따라서 이 해석에 대한 설명이 TS의 중심 생각에 대한 편리한 개괄이 될 것이다.

그 해석에 대한 최초의 명시적 형식화는, 특히 고전적인 것과 비교했을 때, Marcus의 저작에서 나타나며, 여기서 $(Ex)A(x)$라는 식이 $A(x)$의 어떤 대입 사례가 참이라고 읽힐 것을 제안하였고, 그것은 지시적 의미론, 즉 고전적 의미론에서는, $A(x)$를 만족시키는 최소한 하나의 대상이 있다라고 읽힌다. 유사하게 보편식 $(x)A(x)$이 " $A(x)$의 모든 대입 사례가 참이라고 읽힐 수 있는데, 이것은 고전적 의미론에서는, 모든 것이 $A(x)$를 만족시킨다고 읽힌다.

이 해석에 대한 더 기술적인 설명은 아래에 주어진다. 정의는 (닫힌) 문장들에 국한되지만 그것은 (열린) 식도 마찬가지로 포함하도록 수정될 수 있다. (Dunn과 Belnap 참조.)

대입적 해석(substitution interpretation) N은 원자 문장들을 진리값들 T나 F에 대응시키는 것이다. 값부여 V_N는 다음의 조건을 만족시키는, 문장들을 T나 F에로의 대응이다.

(i) 만약 A가 원자 문장이면, $V_N(A)=N(A)$.

(ii) 만약 A=~B이면, $V_N(A)=T$이기 위한 필요충분조건은 $V_N(B)=F$라는 것.

(iii) 만약 A=B&C이면, $V_N(A)=T$이기 위한 필요충분조건은 $V_N(B)=T$이고 $V_N(C)=T$라는 것.

(iv) 만약 $A=(x)B(x)$이면, $V_N(A)=T$이기 위한 필요충분조건은 모든 이름들(개별 매개변항들) n에 대해서 $V_N(B(n))=T$라는 것.

문장 A가 타당하다고 말해지기 위한 조건은 A가 모든 해석들에서 참이라는 것이다. 문장 A가 어떤 문장들의 집합 X의 논리적 귀결(logical consequence)이라고 말해지기 위한 조건은 X의 모든 원소들이 참인 모든 해석들이 A 역시도 참인 해석들이 되는 것이다. 우리가 겐쩬의 부속 식(subformula)의 개념을 활용한다면, 우리는 TS 타당성을 다음과 같이 정의할 것이다. 즉 술어 논리의 어떤 식 A가 타당하다고 말해지기 위해서는 그것이 그 원자적 부속 식에 대한 모든 진리값 할당에서 그것이 참이어야 한다. 식(formula)의 개념은 다음과 같은 방식으로 정의된다. 즉 진리 함수적 식의 부속 식은 그 진리 함수적 구성요소들이며, $(x)A(x)$의 부속식은 그 대입 예들, 즉 $A(n_1)$, $A(n_2)$ 등이다.

문장이 타당하기 위한 필요충분조건이 증명가능한 것이라는 의미에서의 완전성(completeness)은 Beth(59)에서 도입된 것과 같은 방법에 의해서 증명될 수 있다. [329]술어 논리의 한 식이 TS 의미에서 타당하기 위한 필요충분조건은 그것이 표준적(모형 이론적) 의미에서 타당하다는 것이라는 증명은 Leblanc(76)에서 제시된다.

하지만 강한 완전성이라고 불리는 다른 종류의 완전성이 있으며 이것은 진리값 의미론에서의 술어 연산에서는 성립하지 않는다. 강한 완전성은 다음이 성립하는 연산의 속성이다. 즉 문장 A가 어떤 문장들의 집합 X의 논리적 귀결이기 위한 필요충분조건은 A가 X에서 도출가능하다는 것이다. 하나의 반례는 집합 $X=\{B(n_1),\ B(n_2),\ \cdots\}$이고 n_1, n_2, …는 그 언어에서의 모든 이름들이지만 A가 식 $(x)B(x)$인 경우이다. 이것을 Dunn과 Belnap(68)과 비교해 보라.

양화사들에 대한 대입적 해석과 Lesniewski가 도입한 해석 간에는 유사점이 있다. 왜냐하면 양자는 모두 지칭적(referential)이 아니기 때문이다. 비록 Lesniewski의 해석이 대입적이지는 않지만 말이다. 이 비유에서의 지시는 대입적 해석에 대한 빛을 던져준다.("Lesniewski의 체계" §3.5와 비교하라.)

3.3.1. TS에 유사한 표준적 의미론에서부터의 시작은 Hintikka(55)에 기인하는데, 여기서 모형의 개념이 도입되었다. 식 S의 집합이 모형 집합이라고 말해지기 위한 조건은 그것이 다음의 조건들을 만족시키는 것이다.

(~) A가 원자문장이라 하자. 만약 ~A가 S에 속한다면, A는 S에 속하지 않는다.

(~~) 만약 ~~A가 S에 속한다면 A는 S에 속한다.

(⊃) 만약 A⊃B가 S에 속한다면 ~A와 B 중의 최소한 하나가 S에 속한다.

(~⊃) 만약 ~(A⊃B)가 S에 속한다면 A와 ~B가 모두 S에 속한다.

다른 몇 가지 조건들이 위에서 나열된 것들에 추가될 수 있다. (Hintikka 62와 비교하라.)

(&) 만약 A&B가 S에 속한다면 A와 B 모두 S에 속한다.

(~&) 만약 ~(A&B)가 S에 속한다면 ~A가 S에 속하거나 ~B가 S에 속한다.

(v) 만약 AvB가 S에 속한다면 A가 S에 속하거나 B가 S에 속한다.(혹은 둘 다이다.)

(~v) 만약 ~(AvB)가 S에 속한다면 ~A와 ~B가 모두 S에 속한다.

술어 논리의 모형집합은 다음의 조건들을 추가함으로써 정의된다.(Hintikka 62).

(E) 만약 (Ex)A(x)가 S에 속한다면 최소한 하나의 개별 매개변항[자유로운 개별 기호]에 대해서 A(n/x)가 S에 속한다.

(U) 만약 (x)A(x)가 S에 속하고 만약 n이 S의 최소한 하나의 원소에서 나타난다면 A(n/x)가 S에 속한다.

(~E) 만약 (Ex)A(x)가 S에 속한다면 (x)~A(x)도 S에 속한다.

(~U) 만약 (x)A(x)가 S에 속한다면 (Ex)~A(x)도 S에 속한다.

이러한 모형 집합의 정의에 함축된 자연 연역의 어떤 규칙들이 “반례, 그 방법” §§3.1, 3.2에서 언급된 것과 유사하다는 것에 주목하라.

3.3.2. 모형 집합의 개념에는 여러 성공적인 응용들이 있다. 양상 논리에서의 응용은 특히 자연스러워 보이는데 그것은 모형 집합의 개념이 가능 사태들에 대한 기술의 비형식적 관념에 대한 좋은 형식적 대안체이기 때문이다. 즉 가능 사태들에 대한 모든 기술은 모형 집합들에서 제시된 조건들을 만족시켜야 한다.

하지만 일반화는 양상과 관련된 논의에 모형 집합의 관념을 적용하기 위해서 필수적이다. 이것은 곧 “모형 체계”라고 불리는 모형 집합들의 집합의 개념이다. 모형 체계의 모든 원소는 가능한 사태들이나 가능세계를 기술한다. 하나의 모형 체계의 두 원소들 간의 관계는 대안들임의 관계(대안으로서의 관계)이다. 둘 중의 한 원소는 다른 것에 의해서 기술되는 것 대신에 발생할 수 있었을 어떤 것을 기술한다. 따라서 각 모형 체계는 가능세계들의 집합을 지칭한다.

양강 개념은 인식적 논리(epistemic logic)(여기서 믿음, 그리고 다른 연관된 관념들의 개념이 역시 논의된다.)의 주제 문제인 지식의 개념과 결부된다. 이 개념은 Hintikka(62) 인식 논리에서 K_cC(a가 C라는 것을 안다)라는 형식의 식이 나타나는 모형 체계에 부과된 어떤 조건들에 의해 정의된다. 예를 들어서,

(K) 만약 K_aC가 모형 집합 S에 속한다면, C는 S에 속한다.

(KK*) 만약 K_aC가 S에 속하고, $S*$가 어떤 모형 체계에서 S에 대안적(a의 관점에서)이라면 K_aC는 $S*$에 속한다.

조건 (K)는, 예를 들어 루이스의 체계 S4에서 나타나는 필연성의 특징과 유사하다. 즉, 만약 C라는 것이 필연적이라면 C이다라는 것 말이다. 믿음의 관념이 결부되는 한, (K)와 유사한 조건은 없다. 하지만 (KK*)에는, “안다”를 단지 “믿는다”로 바꿈으로써 (KK*)에서 얻어지는 학설적 대안(애턎 counterpart)이 있다.

Hintikka에서도 나타나듯이, 모형 집합의 개념은 오직 구문론적 용어들에서만 정의되며, 하지만 그것은 진리값 의미론의 개념적 장치에로 쉽게 번역될 수 있다.(Leblanc 73).

진리값 의미론은 고전적 1차 술어 논리를 위해서만 개발된 것이 아니라 간단한 유형 이론과 양상 논리들 S4, S5 등의 몇가지 양화적 확장들을 위한 것이기도 하다. 비고전적 논리학과 결부된 공헌들은 Leblanc(73)에서 볼 수 있다. TS 개발에 대한 역사적 언급들은 Leblanc(76)에서 볼 수 있다.