Garson, James W.(1989) "Quantification in Modal Logic" *Handbook of Philosophical Logic*(D. Gabbay and F. Guenthner eds.), Vol II. pp249-306.

# 양상 논리에서의 양화

번역: 파깨비

## 0. 개괄

### 0.1 이 장의 개략

초보자는 양화 양상 논리가 왜 어렵게 생각되는지 이해할 수 없을 것이다. 양화 양상 논리는 쉬워 보인다. 단순하 명제 양상 논리에 1차 술어 논리의 원칙들을 더하기만 하면 될 것이다. 불행히도 이런 선택은 직관적으로 만족스러운 의미론으로 이어지지 않는다. 의미론적 관점에서 양화사들과 관련된 많은 결정들과 직면하게 되고, 이것들은 다시 동일성, 항들, 술어들의 의미론에 대한 새로운 문제들을 촉발한다. 선택들의 대부분은 독립적으로 이루어질 수 있으므로 여러 가지 흥미있는 양화 양상 논리들이 굉장히 많아 보인다.

이 장의 주된 목적은 이렇게 카오스적으로 보이는 영역을 이해해 보려 하는 것이다. 1절은 주류 체계들에 대한 반성이다. 2절은 양화 양상 논리들에 대한 완전성 증명들에서의 난점들을 설명하고 그것들을 극복하기 위한 전략들을 제시한다. 3절은 어떤 양화 양상 논리 체계들은 2차 술어 논리들처럼 움직이다는 것을 보여준다. 즉 그것들은 강한 표현력을 가지고 있으며 그래서 불완전하다. 부록은 이 장에 포함된 규칙들, 체계들, 그리고 의미론적 조건들을 나열한다.

자유 논리(Free logic)은 몇몇 방식에서, 우리가 공부할 체계들 대부분을 위한 기초가 될 수 있다. 우리는 1.2.1.2절에서 1차 술어 논리에 충실하고자 하는 것이 양화양상 논리의 의미론에서의 임시적(ad hoc) 명시화들을 얻는 방법임을 주장할 것이다. 하지만, 우리가 자유 논리의 원칙들을 선택하면 복잡화는 회피될 수 있다. 자유 논리가 양화 양상 논리를 위한 그런 결정적 기초이므로, 여기서 우리는 거것을 간단히 기술할 것이다. 자유 논리에 대해서 아는 독자들은 0.2절을 건너뛰어도 좋다. 자유 논리가 대체로 동일성에 대해서 =를 사용하여 형식화되므로, 그리고 우리는 양화양상 논리에서 =를 어떤 경우든 사용하고자 하므로 우리는 0.3절에서 재포적 논리학에서의 동일성을 간단히 논의할 것이다.

### 0.2 자유 논리의 간단한 고찰

동일성을 포함하는 1차 술어 논리에서의 한 가지 이상한 점은 그것이 신의 존재에 대한 논증을 제시하는 것으로 보인다는 것이다. $g=g$라는 그럴듯한 동일성으로부터 우리는 존재 일반화를 통해 $\exists xx=g$를 도출할 수 있다. 만약 $g$가 신을 가리킨다면 $\exists xx=g$는 ‘신이 존재한다’가 된다. 이러한 파격은, 양화 논리의 의미론에서 만들어지는 기본 전제와 관련된다. 그것은 모든 상항은 양화의 논의영역에 있는 어떤 대상을 가리킨다는 것이다.

1차 술어 논리의 원칙들을 믿는 사람들이 이 문제를 다루는 여러 방식들이 있다. 한 가지 인기있는 기법은 ‘신’을 확정적 기술인 $\iota xGx$로 설명하는 것이며, 여기서 $Gx$는 신에게만 참인 것으로서 해석된다. 그러면 ‘신이 존재한다’는 $\exists yy=\iota xGx$로 번역된다. 러셀의 기술이론에서는, 이것이 곧 $\exists z(\exists yy=z \wedge Gz \wedge \forall x(Gx \rightarrow x=z))$에 해당하며, 따라서 정리가 아니다. 하지만 이 대답은 논쟁의 여지가 있는 가정에 의존하며, 그것은 곧 지시에 실패하는 모든 이름에 대해서 우리는 그 지시체를 유일하게 집어내는 술어(혹은 열린 문장)를 찾을 수 있다는 것이다. 크립키(1972)는 우리가 그런 유일하게 확정하는 술어를 찾을 수 없다는 강력한 증거를 제시한다. 우리가 이 문제를 해결할 수 있다고 하더라도 러셀의 이론을 사용하면 다른 문제가 생긴다. 우리는 ‘페가수스가 날개가 있다’를 참인 것으로 말할 수 있기를 원한다. 하지만 ‘페가수스는 히포포타무스이다’라는 것은 거짓이다. 만약 우리가 ‘페가수스’를 러셀의 기술이론에 따라서 이러한 두 문장으로 번역한다면 우리는 $W(\iota xFx)$와 $H(\iota xFx)$라는 두 문장을 얻게 되는데 이것들은 모두 거짓이다. 페가수스는 존재하지 않으므로. 이 문장들을 $\forall x(Fx \rightarrow Wx)$와 $\forall x(Fx \rightarrow Hx)$로 번역하려 하지 않아야 하는데 왜냐하면 이 두 경우는 어떤 것도 P를 만족시키지 않으므로 공허하게 참이기 때문이다.

자유 논리는 이러한 난점들을, 모든 이름이 양화의 논의영역 안에 있는 어떤 대상을 지시해야만 한다는 가정을 배제함으로써 회피한다. 결과적으로 양화사에 대한 원칙들이 보다 약하다. 우리에게 원초적 술어 E가 있으며 그 외연은 양화의 논의영역이라고 가정해 보자. 존재 일반화의 개정된 공리는 다음과 같이 된다.

(FEG) $(Pt \wedge Et) \rightarrow \exists xFx$

1차 술어 논리에서 $\exists xx=g$에 제시한 증명은 이제 예방된다. (FEG)를 사용함으로써, 우리는 $\exists xx=g$로부터 우리가 이미 $Eg$를 증명했을 때만 $g=g$를 얻을 수 있으며 $Eg$는 우리가 증명하고자 하는 것을 표현한다.

동일성을 포함하는 최소 자유 논리의 완전한 체계 MFL은 $\exists x$를 $\neg\forall x\neg$로 정의하고 다음의 규칙을 동일성 이론을 더한 명제 논리에 추가함으로써 구축될 수 있다.

(FUI) $\dfrac{\forall xFx}{Et \rightarrow Pt}$, t는 임의의 항

(FUG) $\dfrac{A \rightarrow (Et \rightarrow Pt)}{A \rightarrow \forall xFx}$, 여기서 t는 $A \rightarrow \forall xFx$에 나타나지 않는 항.

이러한 규칙들에 있어서 그리고 이 장 전체를 통해서 $A$와 $Fx$는 바른식들이며 $x$는 변항이고 $Pt$는 $Fx$에 나타나는 $x$를 항 $t$로 적절하게 대치한 결과이다. $Et$가 MFL에서 $\exists xx=t$에 동등하다는 것을 보이는 것은 쉽다. 그래서 우리는 $Et$를 $\exists xx=t$라고 정의하고 $E$라는 특별한 술어를 도입하지 않을 수 있다. 하지만 어떤 내포적 논리학에서는 Et를 다른 원초적 용어들로 정의할 수 없기 때문에 우리는 $E$가 원초적 술어라고 가정함으로써 이에 대비해야 한다.

## 0.3. 내포적 논리학에서의 동일성

동일한 항들을 대치하는데 실패하는 것은 대체로 내포적 표현들을 동일시하는 것에 대한 기준으로서 작용한다. 예를 들어, 유명한 논변의 부당성:

스콧은 웨이블리의 저자이다.
조지 왕은 스콧이 웨이블리의 저자인지 잘 모른다.
그러므로 조지 왕은 스콧이 스콧인지 잘 모른다.

이것은 ‘조지 왕이 ~을 잘 모른다’가 내포적이라는 것에 대한 증거이다. 만약 우리가 내포적 논리학들에서의 동일성 대치의 규칙을 제한할 필요가 있다면 이것은 놀라운 일이 아니다. 필요한 제한을 강요하는 한 가지 단순한 방식은 원자 문장들에서만 대치를 허용하는 것이다. 동일성을 위한 다음과 같은 체계 ID에서처럼.

(=In) $t=t$ (=Out) $t=t'$

$Pt=Pt'$ 여기서 $Pt$는 원자식.

원자 문장들로 한정하는 것이 강한 것으로 보일지 모르지만 그것은 1차 술어 논리에서는 아무런 영향을 주지 않는다. 왜냐하면 (=Out)은 모든 외연적 문장들에서의 동일성 대치를 보장하기 때문이다. 하지만 내포적 논리학들에서, 그것들은 내포적 연산자의 범위 안에 놓인 동일한 항들의 대치를 보장하지 않는다.

어떤 사람들은 동일항들의 대치가 실패한다는 관점에 반대할 것이다. 예를 들어 러셀은, 대치 규칙에 대한 어떤 제한도 요구하지 않는 웨이블리의 저자에 대한 논변의 부당성에 대해서 설명했다. 러셀의 주장은, ‘웨이블리의 저자’라는 기술은 항으로서 작용하지 않는다는 것이다. 그의 이론에 따라서 기술이 제거되었을 때, 논변의 첫 번째 전제는 더 이상 동일성의 형식을 갖지 않는다. 하지만 이 기법은 제거할 기술구들이 없는 다음과 같은 논변들에 대해서 작동하지 않는다.

키케로는 툴리이다.
조지 왕은 키케로가 키케로라는 것을 안다.
(그러므로) 조지 왕은 키케로가 툴리라는 것을 안다.

이러한 예에 대한 한 가지 대응방식은 대치 규칙의 실패는 대치되는 표현이 진정한 항이 아니라고 주장하는 것이다. 그래서 방금의 논변의 부당성은 ‘키케로’와 ‘툴리’가 항들이 아니며, 따라서 그에 상응하는 기술들로 번역되어야 한다는 것이다. 즉 $\imath xCx$와 $\imath xTx$로 말이다. 이렇게 되면 논변의 첫 번째 전제는 더 이상 동일성의 형식을 갖지 않으며 그래서 대치의 예로서 작동하지 않는다.

하지만, 무제한적 대치원리에 대한 집착은 양화사에 대한 고전적 규칙들에 대한 집착에서 생겨나는 것과 유사한 입장으로 이어진다. 즉, 우리는 우리가 대체로 항들로서 간주하는 표현들의 대다수가 기술들로 취급되어야 한다는 결론으로 가는 것이다. 우리는 이전에 지시에 실패하는 표현들이 항이라는 것

을 부정할 수밖에 없었다. 그리고 지금 우리는 동의어를 갖는 표현들이 항임을 부정해야만 할 입장이다. 우리는 주어진 표현이 어떤 결함도 회피한다는 것을 거의 보증하지 않으므로, 우리는 콰인이 그랬던 것처럼 일상언어의 어떤 표현도 1차 술어의 상항으로서 취급되어서는 안된다는 주장을 할 필요를 느끼게 된다.

대안적 규칙들의 단순성을 가정한다면 양화사들에 대한 고전적 규칙들과 동일성들의 무제한적 대치를 고집하는 것은 우리의 입장에서 하나의 편견이며, 이로 인해서 양화 양상 논리에 대한 적절한 기초를 자연스럽게 명시화하는 것을 오히려 방해할 것이다.

QML의 의미론적 취급점(treatments) 간의 차이의 중요한 논점들 중의 하나는 양화의 논의영역에 관한 것이다. 어떤 체계들은 대상들을 양화하는 데 반해, 다른 체계들은 카르납[1947]이 개별적 개념들(individual concepts)이라고 부른 것들을 양화한다. 두 번째 접근법은 더욱 일반적이지만, 그것은 또한 더욱 추상적이고 그래서 동기를 찾기 더욱 어렵다. 그래서 우리는 QML에 대한 이 설명을 대상적 해석을 사용하는 체계들로 시작할 것이다.

### 1.1. 몇 가지 의미론적 예비사항들

시작하기 전에 이 장에서 우리가 사용할 의미론적 아이디어들 몇 가지를 정의하는 것이 도움이 될 것이다. 우리는 다음과 같은 것을 가정한다. 즉, 양화된 양상 언어가 술어 문자들, 원초적 술어 상항 $E$, 무한히 많은 변항들을 포함하는 항들, 논리적 상항들인 ㄱ, →, □, =, 그리고 변항들 $x$ 각각에 대한 양화사 $\forall x$로 구성된다는 것이다. 술어 문자들은 그 항의 개수를 표현하는 자연수를 포함한다. 명제 변항들은 0항 술어 문자들로 간주되고 바른 식들은 보통의 방식으로 정의된다. 집합 D가 주어지면 항들과 술어 문자들의 외연들은 1차 술어 논리에서와 똑같은 방식으로 정의된다. 항들의 외연은 D의 어떤 원소이고 i 항 술어 문자의 외연은 D의 원소들의 i 개 순서중체의 집합이다. 색인(전형적으로, 가능세계들)들의 집합 W가 주어지면 표현의 내포는 단지 W의 각 원소를 그 표현의 적절한 외연에 대응시키는 함수일 분이다. 카르납의 개별 개념들은 단지 항의 내포들(term intensions)일 뿐인데, 즉 이것은 가능세계들의 집합에서 대상들의 논의 영역으로 가는 함수들이다.

이 장 전체에서, Q-모형 $\langle W, R, D, Q, a \rangle$는 가능세계들의 집합 $W$, $W$에 대한 2항 관계 $R$, 가능대상들의 비공집합 $D$, 양화의 논의영역을 결정하는 어떤 항목 $Q$, 그리고 할당 함수 $a$이며 이것은 항들(변항들 포함)과 술어 문자들을 해석하는데, 그 해석이란 W와 D와 관련해서 상응하는 종류의 내포들을 할당하는 것이다. 만약 어떤 체계의 양화사 규칙들이 자유 논리에 기초한다면 그 언어에는 술어 문자 E가 있을 것이다. 우리의 양화사 논의 영역을 지시함으로써 E가 적절한 해석을 갖는다는 것을 보장하기 위해서 우리는 E를 포함하는 어떤 언어의 Q-모형이 항상 $a(E)$가 $Q$라는 조건을 만족한다고 가정할 것이다.

어떤 의미론들에서는, 항들이 고정 지시어들인데, 이것은 곧 그 외연들이 모든 가능세계들에서 같다는 것이다. 대체로, 그러한 항들은 어떤 내포들도 할당받지 않지만, 외연들을 직접적으로 할당받는다. 하지만, 어떤 모형의 기술을 가능한 한 일관적으로 유지하기 위해서 우리는 항들이 항상 내포들을 갖는다는 것을, 그리고 고정 지시어들은 단지 그들의 외연들이 상항 함수들이라는 추가적인 조건을 만족한다고 가정할 것이다.

기호 =는 항상 우연적 동일성으로서 해석될 것이다. 이것이 의미하는 바는, $t = t'$가 어떤 세계에서

$t$ 와 $t'$가 동일한 외연을 가질 경우에만 그 세계에서 참으로서 규정된다는 것을 의미한다. 모형 $\langle W, R, D, Q, a \rangle$에서의 어떤 문장 A의 W의 원소 세계 w에서의 진리값( $a(A)(w)$라고 쓴다.)은 원자 문장들, ¬, →, □에 대한 표준적 구절들을 사용하는 A의 형태에 대한 귀납에 의해서 정의된다. 우리가 양화사들에 대한 어떤 주어진 접근법을 제시할 때 우리는 대체로 Q가 어떤 것인지를 말할 필요가 있을 뿐이며, 그 양화사에 대한 진리 구절을 줄 필요가 있는 것이다.

우리가 논의하려고 하는 양화 양상 논리들은 모두 크립키 틀들의 어떤 집합에 관련해서 적절한 명제 양상 논리들의 확장들이다. 예를 들어서 우리는 <S4>의 확장들을 고려할 것이며, 이것은 반사적이고 추이적인 크립키 틀들 $\langle W, R \rangle$의 $R(S4)$ 집합에 관련해서 적절하다.(의미론적으로 일관적이고 완전하다.) 대체로 우리는 어떤 명제적 양상 논리가 우리의 양화 논리에 대한 기초로서 선택되는지에 상관하지 않을 것이다. 우리는 어떤 명제 양상 논리들이 이미 선택되었고, 어떤 Q-모형의 틀이든 $R(S)$에 있다고 가정할 것이다. 우리가 명시적일 필요가 있을 때는 우리는 S-모형들에 대해서 말할 것이며, 그 크립키 틀들이 집합 $R(S)$에 있는 모형들을 의미할 것이다. Q-만족가능성과 Q-타당성의 개념들은 명제 양상 논리에서와 정확히 같은 방식으로 Q-모형의 개념에 의해서 결정된다.

### 1.2. 대상적 해석

*1.2.1. 고정 항들.* 크립키의 역사적 논문 [1963]은 대상적 해석을 하는 논리들에 대한 논의를 위한 훌륭한 출발점이 되어준다. 한 이유는, 그 언어의 모든 항들이 고정 지시어들이라는 중요한 단순화 가정을 그가 했다는 것이다. 우리가 고찰할 비고정 항들을 허용하는 체계들은 좀더 복잡한데, 그래서 우리는 크립키가 했던 것처럼 모든 항들의 내포가 상항 함수라고 가정하면서 시작할 것이다. 이 가정은 둘 다 (RT)라고 간주할 다음의 두 규칙들을 타당하게 만든다.

$$\text{(RT)}\quad \frac{t=t'}{\Box t=t'} \qquad\qquad \frac{\neg t=t'}{\Box\neg t=t'}$$

고정성 조건(rigidity condition)은 고유 명사들은 외연을 가지며 내포를 갖지는 않는다는 관점을 반영한다. (RT)가 모든 문맥들에서의 동일성 대치를 보장하지만 그것은 동일성 대치에 대한 제한에 반대하는 사람들과도 잘 어울린다.

크립키의 논문은 또한 양화사 논의 영역들과 관련된 두 가지 중요한 선택지들을 제시한다. 둘 중에서 더 단순한 것, 즉 고정된 논의 영역 접근법은, 가정적으로, 모든 가능 대상들을 포함하는 양화의 논의 영역 하나만을 가정한다. 다른 한편, 세계 상관적 해석은 양화의 논의 영역이 주어진 세계에 존재하는 대상들만을 포함한다고 가정하며, 그래서 그 논의 영역들은 세계들마다 다르다.

*1.2.1.1. 고정된 논의 영역들: 체계 Q1.* 비록 고정된 논의 영역 접근법이 덜 일반적이지만, 그것은 의미론적 관점에서 매력적이다. 왜냐하면 우리는 다만 다음과 같은 방식으로 양상 논리의 의미론에 $\forall x$에 대한 친숙한 기제를 추가하기만 하면 되기 때문이다. 고정 항들을 포함한 고정된 논의 영역 대상적 모형(a fixed domain objectual model with rigid terms)(Q1-모형)은 $\langle W, R, D, Q1, a \rangle$이고 여기

서 양화의 논의 영역 Q1은 D, 즉 가능 대상들의 집합이며, $a$는 조건 (aRT)를 만족시키는데, 이것은 곧 항의 내포들이 상항 함수라는 것을 보증한다.

(aRT) $a(t)(w)$는 W에서의 모든 w, w'에 대해서 $a(t)(w')$이다.

어떤 모형에서의 한 문장의 진리값은 양화사에 대한 다음 구절을 사용하여 정의된다.

(Q1) $a(\forall xA)(w)$가 참일 필요충분조건은, Q1에서의 모든 d에 대해서 $a(d/x)(A)(w)$가 참이라는 것.

(여기서 $a(d/x)$는 $a(x)=d$라는 것 외에는 a와 모두 동일한 값할당이다.)
이 설명의 만족스러운 특징 하나는, 어떤 형식 체계가 그것에 적절한가를 결정하기가 상대적으로 쉽다는 것이다. 일단 우리에게 크립키 틀들의 집합 R(S)와 관련해서 명제 양상 논리 S에 대한 완전성 증명이 있다면 Q1-S 타당성과 관련해서 의미론적으로 일관적이고 완전한 Q1-S 체계는 S에 1차 술어의 원칙들, (ID), (RT) 그리고 바르칸 식(BF)를 덧붙임으로써 얻어진다.

(BF) $\forall x\Box A\rightarrow\Box\forall xA$

### 1.2.1.2. 세계 상대적 논의 영역들

*1.2.1.2.1. 세계 상대적 논의 영역들이 필요한 이유*: 형식적 관점에서 고정된 논의 영역 해석은 만족스럽지만, 그것은 자연언어의 양화사 표현들에 대한 의미론을 적절히 설명하는 것은 아니다. 우리는 “독립 선언에 서명한 사람이 있다”가 참이라고 생각하지 않는다. 최소한 우리가 “있다”를 현재 시제로 읽는다면 말이다. 그럼에도 불구하고, 이 문장은 1777년에 참인데, 그것은 현재 시제 양화사들의 논의 영역들이 다른 시간들에서 어떤 대상들이 존재하는지를 반영함을 보여준다. 논의 영역들은 다른 차원들에서도 달라진다. 예를 들어서, 내가 중간고사에서 모두들 잘 했다고 학급을 칭찬할 때 내가 모든 인간 종족들을 칭찬하는 것이 아님은 이해하기 쉽다. 시간, 장소, 화자, 그리고 논의의 화제도 역시 일반적인 의사소통에서 논의영역을 결정하는 역할을 한다. 양상 언어에서 고정된 논의 영역들을 거부할 강력한 이유들도 있다. 고정된 논의 영역 해석에서 $\forall x\Box\exists y(y=x)$라는 문장( ‘모든 것은 필연적으로 존재한다)은 타당하지만 우리는 일상적으로 이것을 논리적 참이라고 간주하지 않는다. 왜냐하면 다른 가능 세계들에서는 다른 것들이 존재한다고 가정하기 때문이다.
고정된 논의 영역 해석을 옹호하는 사람은 이러한 반론들에 대응하여, $\forall x$의 논의 영역이 단지 가능하기만 한 대상들을 포함한다고 주장할 수 있다. 그 논의 영역이 맥락에 의존하는 표현들은 $\forall x$와 술어 문자들을 사용하여 정의될 수 있다. 예를 들어서 현재 시제 양화사는 $\forall x$와 “현재 존재한다”라고 읽는 술어 문자를 사용하여 정의될 수 있다.
이러한 제안의 한 가지 난점은, 우리가 양화사 표현들에 대해서 의도할 수 있는 모든 서로 다른 부속

논의 영역들에 대해서 술어들을 발명해야만 한다는 것이다. 그리고 이로 인해 우리는 그 사용의 다른 맥락들에서 자연 언의의 단순한 표현들을 다르게 표상해야만 한다. 우리가 맥락 의존적인 논의 영역들을 허용하는 내포적 논리학에 대한 의미론을 규정할 수 있다면 더 만족스러울 것이다.

*1.2.1.2.2. 세계 상대적 모형들: Q1R-의미론.* 고정 지시 용어들이 있는 세계 상대적 대상 모형(혹은 Q1R-모형)을 순서중체 $\langle W, R, D, Q1\,R, a\rangle$라고 정의하자. 여기서 Q1R은 D의 부분집합 $D(w)$에 각각의 가능세계 $w$를 할당하고, a는 조건 (aRT)를 만족시킨다. 양화사에 대한 참인 구절은 다음과 같이 읽는다.

(Q1R) $a(\forall xA)(w)$이 참일 필요충분조건은, $D(w)$에서의 모든 $d$에 대하여, $a(d/x)(A)(w)$가 참이라는 것이다.

Q1R-타당성을 위한 적절한 논리 Q1R은 자유 논리의 원리 MFL, (내포적) 동일성에 대한 ID 규칙, 그리고 (RT)를 토대가 되는 양상 논리에 추가함으로써 일반적으로 형식화될 수 있다.

*1.2.1.2.3. 고전적 양화사 규칙들을 보존하는 방법들* 양화사들에 대한 세계 상대적 해석은 실질적으로 자유 논리의 채택을 요구한다. 내가 “실질적으로”(virtually)라고 말하는 까닭은 세계 상대적 해석과 함께 1차 술어 규칙들을 사용하는 체계들이 있지만 그것들에는 심각한 제한점들이 있기 때문이다. 표준적 규칙들을 유지하려 함에 따르는 난점들을 평가하기 위해서는 $\exists x(x=t)$라는 문장이 t의 외연이 그 세계의 논의 영역에 있는 경우에만 어떤 모형에서의 한 세계에서 참이라는 것을 지적하자. 하지만 $\exists x(x=t)$는 1차 술어 논리의 정리이며 그래서 그 언어의 모든 항 t는 모든 가능 세계에 존재하는 어떤 대상을 지시해야만 한다는 것이 따라나온다. 이로 인해 두 난점들이 생겨난다. 첫째, 모든 세계들에 존재하는 어떤 한 대상도 없을 수도 있다. 둘째, 세계 상대적 접근법의 전체 기획 동기(motivation)은 한 세계에 있는 대상들이 다른 세계는 없을 수도 있다는 생각을 반영하는 것이다. 하지만 만약 표준적인 규칙들이 사용된다면 그러한 대상들을 지시하는 어떤 항들도 결코 없을 수도 있다.

1.2.1.2.3.1. 항들을 제거하기: 체계 QK. 크립키[1963]은 고전적 규칙들을 유지하는 세계 상대적 해석에 대한 어떤 체계의 예를 제시한다. 체계 QK는 변항들 외에는 항들이 없다. 변항들이 논의 영역에서의 주어진 외연들인 의미론에서, $\exists x(x=y)$의 타당성은 y의 외연이 모든 가능세계의 어떤 원소라는 것을 요구한다. 크립키는 이 난점을, 자유 변항들이 있는 문장들에 닫힌 해석을 제공함으로써 회피한다. 그래서 $\exists x(x=y)$는 $\forall y\exists x(x=y)$라는 의미론적 효과를 발휘하는데, 이것은 자유 논리에서 타당하다. 그렇다면 의미론적 관점에서는, 크립키의 체계에 항들이 전혀 없으며, 그것은 항들이 실제로는 위장된 보편 양화사들이기 때문이다. 비록 크립키가 세계 상대적 해석을 갖는 1차 술어 논리의 양상적 외연들이 가능하다는 것을 보였지만, 그의 체계는 이 장 전체에서 발전시켜왔던 주제(theme), 즉 고전적 규칙들을 채택하게 되면 우리는 항들에 대한 부적절한 설명을 얻게 된다는 것을 강조한다. 크립키의 체계의 또 다른 이상한 점은 필연화 규칙을 우리가 약화시켜야 한다는 것이다. 즉 “만약 A가 정리라면, □A도 정리다”라는 것 말이다. 그렇지 않다면 우리는 $\Box\exists x(x=y)$를 도출할 수 있을 것이며, 이

것은, 닫힌 해석이 주어져 있기 때문에, 한 논의 영역의 어떤 대상도 모든 다른 논의 영역에 존재한다는 것을 의미하는 문장이다. 그 규칙은 그것을 닫힌 문장들에 제한함으로써 수정된다.

*1.2.1.2.3.2. 포개진 논의 영역들과 진리값들의 간극.* 양화 양상 논리의 의미론이 형식화되는 방식에 압력을 주는 세계 상대적 해석과 관련해 고전 논리를 사용하는 데에는 두 번째 문제가 있다. 고전 논리의 원리들은, 필연화의 (무제한적) 규칙을 따라서 역 바르칸 식(CBF)을 산출한다.

(CBF) $\Box\forall xA\rightarrow\forall x\Box A$

CBF의 모든 세계 상대적 모형이 조건 ND(nested domains)를 만족시킨다는 것을 보이기는 어렵지 않다.

(ND) 만약 $wRw'$이면 $D(w)$는 $D(w')$의 부분집합이다.

이것을 보기 위해서, $\Box\forall x\exists y(y=x)$가 Q1R-상대적으로 타당하며 CBF에 의해서 $\forall x\Box\exists y(y=x)$를 산출한다는 것을 주목하자. $\forall x\Box\exists y(y=x)$를 피하려는 우리의 시도는 세계 상대적 해석을 촉발하였던 이유들 중의 하나인데 그것은 $\forall x\Box\exists y(y=x)$가 실 세계에 있는 어떤 대상이든 우리의 세상과 kd 대적으로 가능한 모든 세계들에 또한 존재해야만 한다는 것을 주장하기 때문이다. 확실히 우리는 우리 세계의 사물들 중 최소한 하나는 존재하지 않는 가능 세계들이 있다는 것을 허용하고자 한다.

만약 관계 R이 대칭적이라면 ND로부터 우리 세계로부터 접근가능한 모든 세계들이 정확히 동일한 논의 영역들을 갖는다는 것이 따라 나온다. 이 결과는, 표준적인 양화사 규칙들을 사용하는 <B> 체계만큼 강한 체계들에서 바르칸 식이 증명가능하다는 사실에 반영되어 있다. 모든 세계들이 서로간에 접근가능한 <S5> 체계의 모형들에서 ND는 모든 논의 영역들이 같아야 함을 요구하며, 이것은 논의 영역들을 구분하고자 하는 우리의 의도와 직접적으로 상충하는 것이다.

무제한적 필연화 규칙과 함께 고전적 원리들을 사용함에 있어서의 이러한 난점들에도 불구하고 몇몇 작가들은 고전적 규칙들을 보전하는 체계들을 정의했다. 전형적으로 그 체계들은 단지 ND만을 택한다. 하지만 고전적 규칙들을 보전하기 위해서는 다른 보완책들이 가해져야 한다. 예를 들어, $\forall xFx\rightarrow Fx$라는 문장은 세계 w에서 t의 외연이 D(w) 바깥에 있으며 w에서의 P의 외연은 D(w)인 모형에서 타당하지 않다. 보편 예화의 규칙에 타당성을 복원하기 위한 한 가지 간단한 방법은 항들이 국소적(local)이라는, 즉 한 세계에서의 항의 외연이 그 세계의 논의영역 D(w)에 있어야 한다고 규정하는 것이다. 하지만 여기에는 심각한 문제들이 있다. 이러한 입장에 따르면 '페가수스'와 가능적으로 '신'이, 그 외연들이 실 세계에 있지 않기 때문에, 항들로서 간주될 수 없다. 0.2 절에서 우리가 논증하였듯이 이것들을 항들로서 간주해야 할 좋은 이유들이 있다. 더욱이, 우리는 항들이 고정적이라고 가정해 왔으며, 그래서 항들은 모든 세계들에서 동일한 지시체를 가져야 한다. 그래서 항들이 국소적이라는 요구는, 모든 항들이 모든 세계들에서 존재하는 외연을 가져야 한다는 것을 산출한다. 사실 논의영역들이 다를 수 있는 대상들만 어떤 세계에서도 결코 이름 붙여질 수 없는 것들이다. 이로 인해서 즉, 다른 가능세계들에는 존재하지 않을 수 있는 것들을 지시하는 항들을 조정하기 위해서 세계 상대적 논의 영역들을 도입하는 전체 논점이 무너진다.

항들이 국소적이면서도 고정적일 때의 결과는 참담하다. 하지만 작동할지도 모르는 다른 관련된 아이디어가 있다. 만약 우리가 술어 문자들이 국소적이라고, 즉 어떤 세계에서의 그 외연이 그 세계에 존재하는 대상들만을 포함해야 한다고 가정한다면 우리는 고전적 문장 $Ft \rightarrow \exists xFx$가 타당하다는 것을 보증할 수 있을 것이다. 그 이유는, Ft가 참이라는 것으로부터 t가 어떤 존재하는 대상을 지시한다는 것이 따라 나오고, 이로부터 $\exists xFx$가 참이라는 것이 따라 나온다는 것이다. 그럼에도 불구하고 국소적 술어들은 다른 변칙들(anomalies)을 산출하며, 그로 인해서 고전적 규칙들의 타당성이 얻어지지 않는다. 그 이유를 알기 위해서, $\neg Ft \rightarrow \exists x \neg Ft$를 고찰해 보자. ¬Ft가 참이라는 것으로부터 t의 외연이 존재하는 대상이라는 것이 따라 나오지 않고, 그래서 $\exists x \neg Fx$가 참이라는 것이 따라 나오지 않는다. 우리가 존재 일반화의 규칙을 타당하게 못할 뿐만 아니라, 타당한 원리들이 공리 틀로서 표현될 수도 없다. (우리는 임의의 문장들 $Pt$에 대해서 $Pt \rightarrow \exists xFx$라고 쓸 수가 없다. 왜냐하면 이 문장들의 예들 몇 개는 타당하지만 일부는 타당하지 않기 때문이다.) 우리가 공리들과 원자들에 대한 대치 공식들의 규칙을 사용하는 경우에 문제는 대치의 규칙의 실패에서 다시 나타난다. 어느 경우든, 국소적 술어들은 심각한 형식적 난점들로 이어진다.

고전적 원리들을 보증하는 보다 그럴 듯한 방법이 있다. 스트로슨적 처리는 어떤 문장이 존재하는 대상을 지시하지 않는 항을 포함할 때 진리치를 갖지 않는다고 판결할 것이다. 이러한 아이디어에 따르면, 우리는 주어진 세계의 논의 영역 바깥에 있는 대상들을 지시하는 항들을 허용하지ㅏㄴ, 그러한 항들을 포함하는 문장들은 진리값이 없다고 결정하는 것이다. 타당한 문장들은 그러면, 결코 거짓이 아닌 문장들로 정의된다. 결과적으로 $\forall xFx \rightarrow Pt$는 타당한데, 왜냐하면 어떤 세계에 대한 논의 영역 바깥에 있는 외연을 t에 할당하는 어떤 값할당도 전체 조건문에 진리치를 부여하지 않으며 t에 논의 영역 안의 외연을 주는 값할당은 $\forall xFx$가 참이라면 Pt에 참을 줄 것이기 때문이다.

*1.2.1.2.3.2.1. 체계GKc 와 GKs* 진리값 간극이 도입되었을 때 우리는 □에 대한 진리 구절에 관련된 여러 가지 선택지들에 직면한다. 이러한 선택지들 중 최소한 하나에서 우리는 원한다면 ND를 제외하고 고전적 규칙들을 여전히 포함할 수 있다. 하지만 ND를 여전히 포함시켜야 할 이유들이 있다. w에서의 $\Box Ft$를 우리가 평가하는데 t의 지시체가 w의 논의 영역 $D(w)$에 있다고 가정해 보자. 그러면 우리는 w에서 접근가능한 세계들에서 Ft의 진리값에 기초해서 $\Box Ft$의 진리값을 주기를 기대한다. 우리가 ND를 채택하지 않는다면 t가 모든 접근가능한 세계들에 존재하는 대상을 지시한다는 보장이 없으며 그래서 Ft는 그 세계들 중 어떤 것에서는 정의되지 않을 수도 있다. ND 조건을 채택함으로써 우리는 Ft가 모든 접근 가능한 세계들에서 갖게 되는 진리값들에 기초해서 w에서의 $\Box Pt$의 진리값을 항상 결정할 것임을 보증한다. 하지만 만약 우리가 ND를 채택한다면, $Ft$가 어떤 접근가능한 세계에서 정의될 수 없어서 $\Box Ft$가 거짓이 되는지 그렇지 않은지에 의존해서 $w$에서의 $\Box Ft$의 진리값을 결정하는 두 가지 방법이 있게 된다. 첫 번째 선택지, Gabbay의 GKc에서 필연화 규칙은, 우리가 더 이상 CBF를 도출할 수 없도록 제한되어야 한다. 두 번째 선택지인, GKs에서 CBF는 도출가능하지만 모형에서의 CBF의 진리값은 더 이상 ND를 산출하지 않는다. 어느 경우든 양상 논리를 근거짓는 규칙들은 변해야만 한다.

*1.2.1.2.1.3.2.2. 체계QPL.* 이러한 이유들 때문에, 더 인기있는 선택은 ND를 가정하고 만족가능성을 다음과 같이 정의하는 것이었다. QPL-만족가능한 집합은, 그 문장들 중 어느 것도 ND를 만족하는 어떤

Q1R-모형에서 어떤 세계에서나 거짓이 아닌, 그리고, 항 t와 외연 $a(t)(w) \notin D(w)$를 포함하는 어떤 문장이든 w에서 진리값을 갖지 않는 집합이다.

QPL-의미론은 순수히 형식적인 관점에서 매력적인데 그것은, 그 언어가 =를 생략하는 조건에서, (고전적) 술어 논리의 원리들을 어떤 명제적 양상 논리들에 추가함으로써 얻어지는 체계들에 대해 상대적으로 단순한 완전성 증명들이 있기 때문이다. 증명들은, 예를 들어, M과 S4에 대해서 적용가능하다. 양상이 <B>만큼 강한 경우에 논의 영역들이 고정적이 되며, 완전성 증명은 바르칸 식을 타당하게 만드는 체계들에 대해 발전된 방법들을 사용하여 수행된다.

*1.2.1.2.4. 결론: 우리는 자유 논리를 채택해야만 한다.* 단순한 완전성 증명들이 호소력이 있다고 해서 우리가 고전적 원리들을 보전하기 위해서 요구되는 규정들이 항상 우리의 직관들과 잘 어울리지 않는다는 사실을 무시하면 안된다. 그렇다면 우리의 결론은 대상적 해석과 세계 상대적 논의 영역들을 가진 체계를 형식화함에 있어서 고전적 규칙들을 보전하고자 시도할 이유가 거의 없다는 것이다. 자유 논리의 원리들은 과제에 훨씬 더 적합하다. 2절에서 보게 되겠지만, 자유 논리에 기초한 체계들을 위한 결과들은 실제로 그렇게 어렵지 않으며, 특히 동일성이 없을 때 그러하다.

*1.2.2. 비고정적 항들과 세계 상대적 논의 영역들*

*1.2.2.1. 체계 Q3.* 모든 항들이 고정 지시어들이라는 가정이 거부되어야 하는 중요한 두 가지 이유들이 있다. 첫째, "가장 키가 큰 사람"과 같은 표현들은 다른 세계들에서는 분명히 다른 대상들을 가리킨다. 만약 우리가, 스트로슨적 설명에서 하듯이, 기술들을 우리의 항들 가운데서 고려하려 한다면, 우리는 고정성 조건을 받아들일 수 없다. 둘째, 데이빗 루이스 [1968]은 통세계적 대상들의 동일성에 대해서 말하는 것이 무의미하다고 주장한다. 서로 다른 두 세계들의 대상들은 결코 동일할 수 없으며, 단지 서로 다른 세계에서의 한 대상의 상대역에 대해서만 의미있게 말할 수 있다는 것이다. 그럼 상대역 이론에서는 어떤 항의 내포도 상항 함수가 될 수 없다. 논리 이론이 합당한 입장을 배제하지 않는다는 것은 중요하므로, 우리는 항들이 고정적이라는 제한을 완화시키고 싶을 것이다. 그럼 Q3-모형을 조건 (aRT)를 만족시키지 못하는 Q1R-모형으로서 Q3-모형을 정의하자.

항들이 고정적이라는 가정을 완화하면 예상치 못한 일들이 생겨난다. 자유 논리에서의 예화의 FUI 규칙이 더 이상 Q3-타당하지 않은 것이다. 왜 그런지 알려면 문장 $\Box t=t \wedge Et. \rightarrow \exists x \Box(x=t)$가 FUI의 귀결이라는 것을 생각해 봐야 한다. □(t=t)가 여기서 증명가능하므로 우리는 다음의 (E□)를 얻게 된다.

(E□) $Et \rightarrow \exists x \Box(x=t)$

만약 t를 "상대역 이론의 저자"라고 읽는다면 (E□)는 '만약 상대역 이론의 저자가 존재한다면 필연적으로 상대역 이론의 저자인 어떤 사람이 있다'라는 뜻이 된다. 직관적으로, (E□)는 받아들이기 어렵다. 그리고 형식적인 반례로 이 통찰을 뒷받침하는 것은 어렵지 않다. r(실 세계)과 u(비실세계)의 두 세계들이 있으며 두 대상들, 즉 루이스와 크립키가 그 논의영역에 포함되어 있는 모형을 상상해 보자. 두 세계는 서로와 자신으로부터 접근가능하다고 가정하자. 실 세계 r에서 t의 외연이 루이스이지만, 비실세계 u에서는 크립키라고 상상하자. 이 모형에서 $\exists \Box(x=t)$는 r에서 거짓인데 그 까닭은 루

이스도 크립키도 양쪽 세계 모두에서 t의 외연이 아니기 때문이다. 그럼에도 불구하고 $Et$는 r에서 참인데 그것은 실 세계에서의 t의 외연, 즉 루이스가 r의 논의 영역에 있기 때문이다.

이 반례를 고려하면 우리는 FUI를 기각한 미묘한 이유를 이해할 수 있다. 루이스가 존재한다는 것, 그리고 우리가 선택하는 어떤 세계에서도 상대역 이론의 저자가 상대역 이론의 저자와 동일하다는 것에는 의문점이 없다. 하지만 어떤 사람이든 모든 세계에서 상대역 이론의 저자로서 간주될 수 있다는 주장은 틀려 보인다. 이 상황을 분석하는 데 도움이 되는 한 방식은 Q3 의미론을 동등하지만 더 복잡한 방식으로 재형식화하는 것이다. 임의의 세계를 그 대상에 대응시키는 상항 함수로, 각 대상을 바꿔 보자. 이 방식을 보면, 우리의 논의 영역(s)에서의 항목들은 고정 항들의 모든 내포들이다. 예화 규칙은 더 이상 타당하지 않은데 그것은 양화의 논의 영역이 오직 상수 항 내포들인데 반해서 항들은 비상항 내포들을 가질 수 있기 때문이다.

자유 논리의 규칙들은, 원초적 술어 E를 우리가 해석하여 Et가 $t \in D(w)$와 $a(t)$의 외연 $a(t)(w)$가 상항 함수인 경우 그리고 오직 그 경우에만 세계w에서 참이도록 해석한다면, Q3-타당할 것이다. 하지만, E의 외연은, 만약 이 일과 관련된다면, 대상들이 아닌 항 내포들(term intensions)을 포함해야한다. 결과적으로 E는 내포적 술어이며, 그것은 곧 동일성의 대치가 그 항 입장(term position)을 유지하지 않는다는 것을 의미한다. 대치가 실패하는 이유는, 루이스가 존재한다는 아마도 참이겠지만 상대역 이론의 저자가 존재한다는 참이 아니며, 그것은 루이스와 상대역 이론의 저자가 실 세계에서 동일한 것을 지시하더라도 그러하기 때문이다.

Aldo Bressan [1973]은 과학적 언어조차도 내포적 술어들을 필요로 한다는 입장을 옹호했다. 그의 더 일반적 의미론은 어떤 가능 세계에서의 1항 술어의 외연을 대상들의 집합이 아니라 개별 개념들(즉, 항 내포들)의 집합으로서 정의한다. 결과적으로, 고정성을 표현하는 원초적 술어를 아우름에 있어서 어려움이 없었다.

힌티카[1970]는 더 온건한 방법을 채택한다. 그는 내포적 존재 술어를 요구하지 않는, Q3에 대한 올바른 예화 규칙을 어떻게 형식화하는지를 보여주었다. 문장 $\exists x\Box(x=t)$가 세계 w에서 그 모형에서 참이기 위한 필요충분 조건은 t의 내포가 w에서 접근가능한 모든 세계들에서 같은 값을 갖는다는 것임을 지적하자. 유사하게 $\exists x\Box\Box(x=t)$는, 그러한 세계들로부터 접근가능한 모든 세계들에서 t의 내포가 상항인 경우, w에서 참이다. 어떤 항이 고정임을 표현하는 문장은 없는 반면에, $\exists x\Box_i x=t$ 모형의 문장(여기서 $\Box_i$는 I 네모들의 열이다.)는 t의 내포가 충분한 세계들을 통해서 상항이어서 $Ft$가 원자적일 때 $\Box_i Ft$가 $\forall x\Box_i Fx$가 따라나오도록 보장한다. 이 아이디어는 비고정적 항들에 대한 보편 예화의 타당한 규칙에 대한 힌티카의 형식화(HUI)에서 일반화된다.

(HUI)

<S4>만큼 강한 양상 논리에서 이 규칙은 상당히 단순화될 수 있는데, 그것은 그 때 $\exists x\Box_i(x=t)$가 $\exists x\Box(x=t)$와 동등하기 때문이다. 톰슨[1970]은 Q3-S4의 적절성을, TUI를 예화 규칙으로서 사용하여

증명하였다.

(TUI)

내가 아는 한 더 약한 양상성들을 위한 완전성 증명은 발표되지 않았다. 아마도 연구자들이 힌티카의 규칙의 복잡성에 위축된 것 같다. <S4>의 맥락에서조차도 톰슨은 동일성과 양화사에 대한 다른 복잡한 규칙들을 채택할 수밖에 없다는 것을 지적하는 것은 흥미있다. Parsons[1975]는 더 표준적인 규칙들을 사용한 체계들에 대한 약한 완전성 결과를 제시했지만, 그는 또한, 일반적으로, 톰슨의 규칙들이 분명한 방식으로는 단순화될 수 없다는 것 역시 보여주었다.

*1.2.2.2. 국소적 항들을 가진 고전 논리: 체계Q3L.* Q3에서 필요한 복잡한 예화 규칙을 회피하기 위한 단순한 방법이 있다. 만약 우리가 항들이 국소적이라는 것, 즉 세계 w에서의 항의 외연이 항상 그 세계의 논의 영역 안에만 있다는 가정을 더한다면 우리는 고전적 양화사 규칙들을 복원한다. 국소적 항들을 가진 Q3 모형(Q3L-모형)은 조건 (L)을 만족시키는 Q3-모형이다.

(L) W에서의 모든 w에서, 그리고 모든 항 t에 대해서, $a(t)(w)\in D(w)$

이 조건은 조건적 항들을 가진 체계들에 대해서는 상식적으로 부과될 수 없다. 왜냐하면 그럴 경우에, 어떤 항에 의해서 지시되는 임의의 대상은 모든 논의 영역들에 존재해야 하기 때문이다. 하지만 항들이 비고정적이면, 논의 영역들은 항들의 외연이 변화하는 만큼 그에 상응하는 방식으로 논의 영역들이 변화한다.

Chocchiarella가 이 책의 그의 장(II.6)에서 논의하는 중요한 Q3L의 응용이 있다. 만약 □가 논리적 필연성을 포착하고자 한다면 우리는 가능세계 w를 술어 논리 모형들 $\langle Dw, aw\rangle$로 생각할 수 있고, 그것들은 각자의 논의 영역 $Dw$와 값할당 함수 $aw$를 갖고 있다. 우리는 모형 $\langle Dw, aw\rangle$의 값할당 함수 $aw$가 논의 영역 $Dw$에 상응해서 항들(과 술어 문자들)에 외연들을 주기를 기대한다. 그래서 이 경우에 비고정적 항들, 세계 상대적 논의 영역들, 대상적 해석, 그리고 국소적 항들을 채택하는 것만이 자연스럽다.

만약 우리가 $\Box A$를 $A$가 모든 모형들에서 참이라는 것을 의미한다고 해석한다면 Q3L 의미론은 공리화될 수 없다. 하지만 만약 우리가 $\Box A$에 일반화된 해석을 주어서 $\Box A$가 참일 필요충분조건이, 그것이 임의적으로 선택된 모형들의 집합에 있어서 모든 모형들에서 참이라는 것이라면, Q3L은 술어 논리의 원리들을 S%에 더함으로써 공리화될 수 있다.

더 일반적인 설명은 $\Box A$가 모형 $U$에서 참이기 위한 필요충분조건은 $A$가 $U$에 적당히 관련된 모든 모형들 $U'$에서 참이라는 것으로 명시화한다. 이 경우에 그 저변의 양상성은 모형들 간의 접근가능성에 대해서 우리가 채택하는 조건들에 의존한다. 하지만 우리가 이 선택지를 채택한다면 그리고 접근가능성 관계가 대칭적이지 않다면 우리는 고전적 양화사 규칙들을 보전하기 위해서 중첩된 논의 영역들 ND를 가정해야만 한다. Bowen[1979]은 이런 종류의 체계들을 탐구한다. 비록 우리가 중첩된(nesting)

조건을 기꺼이 포기하더라도 문제는 생겨난다.

우리가 $\forall x \Box Fx$를 세계 w에서 값을 매기는데, 이 때 w에 대상 o가 존재하고 w'가 o가 존재하지 않는 세계에서 접근가능하다고 해 보자. $\forall x \Box Fx$의 값을 결정하기 위해서 우리는 $x$가 $o$를 지시할 때 $\Box Fx$의 값을 찾을 필요가 있다. 이를 위해서는 우리가 $o$가 존재하지 않는 세계 $w'$에서의 $Fx$의 값을 찾아야 한다. 이 점에서 우리는 1.2.1.2.3.2.절에서 우리가 설명했던 것과 동일한 선택지와 직면한다. 우리는 진리값의 간극을 사용하거나 혹은 이 경우에 $Fx$가 거짓이라고 규정할 수 있다. 이미 지적했듯이 어느 경우든 문제점이 있다.

논리적 필연성에 대한 어떤 관념들이 응용가능함에도 불구하고, 국소적 항 조건 (L)은 일반적으로 수용되지 않는다. 평범한 추론에서, 우리는 실 세계에 존재하는 것은 무엇이든 우리 세계에 연관된 모든 가능 세계들에 존재한다는 가정이 상당히 그럴듯하지 않다는 것을 발견할 것이다. 이런 까닭에, 우리는 국소 항들을 갖지 않는 Q3에 여전히 관심이 있으며 그것은 그 규칙들이 어렵더라도 그렇다.

### 1.3. 개념적 해석

지금까지 우리가 논의한 체계들이 특별히 만족스럽지 않다. 우리는 우리 언어에서 비고정적 항들을 허용하고자 하며 이에 대해서는 좋은 이유들이 있다. 하지만 고정성을 표현하는 원초적 내포적 술어들을 가진 언어로 우리가 이전하지 않으면 Q3을 위해 필요한 규칙들은 제법 복잡하다. 다른 한편 Q3L과 같은 국소적 변항들을 가진 체계들은 그 응용이 제한된다. 우리의 난점들에 대한 한 가지 설명은, 우리가 앞에서도 설명했듯이, 양화의 논의 영역이 오직 상항 내포들만을 포함하는 데에 반해서 우리의 항들에는 어떤 내포든지 할당될 수 있다는 것이다. 아마도 우리의 논의 영역에 비고정적 내포들을 허용함에 따라서 양화사들과 항들 간에 더 훌륭한 일치가 생길 것이며, 따라서 더 간단한 규칙들이 생겨날 것이다.

개별적 개념들을 양화하는 것은 철학적으로 위험스러워 보이지만, 이런 선택을 지지하는, 시제와 양상에 관한 직관들이 있다. 예를 들어서, 우리의 가능 세계들이 이제, 주어진 시간에서의 우주의 상태들이라고 상상해 보자. 주어진 시간에서의 항의 외연은 그것의 시간편 편린으로 드러날 것이다. 즉 그 순간에서의 그것이 '얼어붙은' 상태인 것이다. 사물들이 변하하므로, 그것들은 항의 외연들과 동일시될 수 없다. 대신에, 사물들은 세계-선들이거나, 시간 편린들에서 시간 편린들로의 함수들이며, 그래서 그것들은 항 내포들이거나 개별적 함수들에 대응된다. 우리의 존재론은 사물들을 취하고 존재론적 기초로서 그 편린들을 취하지는 않으므로, 시제 논리에서는 항의 내포들을 양화하는 것만이 자연스럽다. 개별 개념들을 양화하기 껄끄러운 것은 용어법에서의 우연적 산물일 수 있다. 시제 의미론에서 이른바 '대상들'은 우리 세계에서 친숙한 것들이 아니며, 하지만 사물들에 상응하는 형식적 개체들은 '개별적 개념들'이라고 잘못 지칭된다.

*1.3.1. 고정된 논의 영역들: 체계QC.* 양화사의 개념적 해석이라고 부를 것을 이제 형식화해 보자. 개념적 모형(혹은 QC-모형)은 순서중체 $\langle W, R, D, QC, a \rangle$이며, 여기서 QC는 W에서 D로의 함수의 집합이다. 양화사에 대한 참 구절은 다음과 같이 읽힌다.

(QC) $a(\forall xA)(w)$가 참일 필요충분 조건은 QC의 모든 f에 대해서 $a(f/x)(A)(w)$가 참이라는 것.

여기서 '$a(f/x)$'는 x의 $a(f/x)$에서의 x의 내포가 함수 f라는 것 외에는 a와 동일한 값할당 함수이다.

개념적 해석이 합당한 직관들을 만족시키기 위해서 고안되었지만, 거기에는 몇 가지 문제들이 있다. ks가지 형식적인 난점은 이 의미론에 대한 어떤 (일관적) 체계도 완전하지 않다는 것이다. 우리가 임의의 양화사의 논의 영역을 모든 함수들의 집합이라고 해석할 때마다, 우리는 그 언어가 2차 산술의 표현력을 가지며, 그래서 괴델 정리가 적용될 수 있는 결과를 산출할 위험을 감수해야 한다. 3절에서 보일 테지만 이것은 QC에서 정확히 발생하는 것이다.

직관적인 문제점들도 있다. 첫째 $\exists x\Box(x=t)$가 QC-타당하지만 1.2.2.1.절에서 우리는 여기에 대한 직관적 반례를 보았다는 것을 지적하자. 우리는 필연적으로 상대역 이론의 저자인 어떤 것이 있다고 말하고 싶지 않은데 그것은 모든 가능 세계들에서 그 논문의 저자인 것은 아무 것도 없기 때문이다. 하지만 개념적 해석에서는, 모든 가능세계들에서 t의 내포에 대응되는 어떤 항 내포들을 찾을 수 있고 t의 항 내포는 그렇게 정리되는 한, $\exists x\Box(x=t)$가 참이다. 이것은 개념적 해석은 양화사에 대한 우리의 일상적 독법과 다르다는 것을 보여준다. 어떤 독자들을 감질하게 할 수 있는 QC-타당한 다른 문장은 $\exists x\Box\exists y(y=x)$인데, 이것은 필연적으로 존재하는 어떤 것(신?)이 있다는 것을 주장한다. 하지만 이 문장의 QC-타당성은 신의 존재에 대한 존재론적 논변을 여전히 추구하는 사람들을 만족시키는 데에 별로 하는 일이 없다. 어떤 항 내포든지 $\Box\exists y(y=x)$을 만족시키는 데에 그럴 것이다. 그건 단지 어떤 항 내포든지 그것과 일치하는 항 내포(즉 그 자체)가 접근가능한 세계들에 있다는 속성을 갖기 때문이다.

1.3.2. 세계 상대적 논의 영역들: 체계 Q2. 그 독자는 우리가 세계-상대적 논의 영역들을 도입함으로써 이러한 문제들을 보완할 수 있다고 생각할지 모른다. 그럼 Q2-모형이 순서중체 $\langle W, R, D, Q2, a\rangle$인 상황을 탐구해보자. 여기서 Q2는 각각의 w에 논의 영역 D(w)를 할당하는 함수이다. 양화사 진리 구절은 이제 다음과 같이 읽힌다.

(Q2) $a(\forall xA)(w)$이 참일 필요충분조건은, 모든 함수 $f: W\rightarrow D$에 대해, 만약 $f(w)\in D(w)$이면, $a(f/x)(A)(w)$가 참이라는 것이다.

불행히도, 우리가 언급한 문제들은 여전하다. 첫째, 불완전성 결과는 이 새로운 의미론에도 여전히 적용된다. 둘째, $\exists x\Box(x=t)$와 $\exists x\Box\exists y(y=x)$ 둘 다 더 이상 타당하지 않지만, 그것들은 여전히 그것에 대한 직관적 해석들을 수용하지 않는다. 예를 들어서, $\exists x\Box\exists y(y=x)$는 세계들의 논의 영역 모두가 최소한 하나의 대상들을 포함하는 모든 모형에서 참인 것으로 드러날 것이다. 이 경우에 이 경우에, 각각의 세계wdp 대해서 $D(w)$의 원소를 꺼내는 어떤 함수라도 $\Box\exists y(y=x)$를 만족할 것이고, 그래서 $\exists x\Box\exists y(y=x)$를 타당하게 할 것이다.

## 1.4. 실체적 해석

앞 절에서 보인 것처럼, 양화사에 대한 개념적 해석은 우리가 일상 언어에서 양화사 표현에 부여하는 해석과 일치하지 않는다. 문장 $\exists x \Box \exists y(y = x)$를 우리는 모든 가능 세계에 어떤 것이 존재해야만 한다고 매우 강하게 주장하는 것으로서 해석하는데 이것은 어떤 가능 세계도 공집합 논의 영역을 갖지 않는 한 개념적 해석에서는 타당하다. $\exists x \Box \exists y(y = x)$에 대한 우리의 직관적 이해와 개념적 해석 간의 차이는 이 세계의 데이빗 루이스, 다른 세계의 바위, 또 다른 세계의 잔디깎이 등을 포함하는 항 내포가 존재한다는 것이 $\exists x \Box \exists y(y = x)$를 타당하게 만들게 된다는 것이다. 다른 한편으로, 우리의 직관은 $\exists x \Box \exists y(y = x)$를 타당하게 하는 어떤 항 내포라도 어떤 의미에서는 정합적이어야 한다는 것이다. 즉 어떤 것에 대한 우리의 개념은 그와 함께 다른 세계들에서 그것이 어떠할지에 대한 어떤 관념을 산출한다. 대상들의 특정한 집합만이 (그리고 데이빗 루이스, 바위, 잔디깎이 등으로 구성되는 집합은 확실히 아니다.) 어떤 사물의 명시로서 성립하며, 그래서 이런 집합들만이 $\exists x \Box \exists y(y = x)$를 타당하게 할 것이다.

이러한 직관들을 공정하게 근거하자면, 우리는 세계들을 걸쳐서 "사물들이 존재하는 방식"을 반영하는 항 내포들에 양화의 논의 영역을 한정해야만 한다. 톰슨[1969]은 논의 영역이 상항 함수들만을 포함해야만 한다고 제안한다. 그 생각은, $\exists x \Box \exists y(y = x)$가 참이기 위해서는 통 세계적으로 동일한 것이 하나 있어야 하며 이것은 각 세계들에 존재해야만 한다는 것이다. 이 안은 단지 Q3일 뿐이며, 비공정적 항들을 가진 대상적 해석인 것이다. 우리는 1.2.2.절에서 이 선택지에 대한 형식적 난점들 몇 가지를 이미 논의하였다. 고정적 항들을 가진 체계에 반론을 제기하는 데에 사용했던 것과 유사한 직관적 반론들도 역시 있다. 첫째로, 실체에 대한 톰슨의 설명은 상대역 이론과 호환성이 없으며, 이러한 견지에서 가능 세계들의 논의 영역은 교집합이 없고, 그래서 양화의 논의 영역을 채우기 위한 어떤 상항 항 내포들도 있을 수 없다. 둘째로, 시제 논리에서, 대상들은 시간 편린들인데, 우리는 어떤 한 대상이 서로 다른 시간들에 걸쳐 있는 동일한 시간 편린으로 구성된다고 말하기 어렵다. 서로 다른 시간들에서 골라낸 어떤 사물의 편린들은 상당히 다를 것이지만, 그 편린들로 구서오디는 세계 선은 여전히 하나의 통합된 사물을 표상할 것이다.

*1.4.1. 체계 QS.* 만약 우리가 사물들이 어떠한가에 대한 다양한 사고방식들을 종합하고자 한다면, 우리는 그것들이 상항 항 내포들(Q3)이라거나 혹은 그것들이 모두 항 내포들(Q2)이라고 가정해서는 안될 것이다. 전적으로 일반적으로는, 우리는 각 세계에 대해서 항 내포들의 집합을 도입하여 그것을 양화의 논의 영역으로서 사용하고, 그래서 이 집합들이 포함하는 것에 대해서 우리가 명시화하지 않을 것이다. 이 접근법에 대해 형식적 설명을 이제 제시해 보자.

세계 상대적 실체적 모형 (혹은 QS-모형)은 순서중체 $\langle W, R, D, QS, a \rangle$이며, 여기서 QS는 각 세계 w에, W에서 D로의 함수들의 집합 S(w)를 할당하는 함수이다. (우리는 S(w)를 세계 w에 대한 실체들의 집합이라고 부를 것이다.) 양화사에 대한 진리 구절은 다음과 같이 읽힌다.

(QS) $a(\forall xA)(w)$가 참일 필요충분조건은, $S(w)$의 각 원소 $f$에 대해서, $a(f/x)(A)(w)$가 참이라는 것.

$\exists x \Box \exists y(y=x)$이 이 의미론에서 타당하지 않다는 것을 아는 것은 어렵지 않다. 왜냐하면 w에서 접근가능한 각 세계w'에서 S(w')에 실체 f가 있다면 세계 w에서 이것은 참이기만 할 것이기 때문이다.

QS에 대한 완전한 체계들은, 우리가 내포적 술어 상항 E를 각 가능 세계에서 어떤 함수들이 실체들로 간주될 것인가를 표현하기 위해서 도입하고자 하는 한 구성될 수 있다. 이 의미론에 대한 적절한 체계는 MFL의 규칙들과 (내포적) 동일성에 대한 ID 규칙들을 그 근저의 양상 논리에 첨가함으로써 매우 쉽게 생겨난다. 2.2.4.절에서 우리가 설명하겠지만 더 일반적인 양화사 규칙들은 더 약한 양상 논리들을 위해서 필요할 것이다.

QS에서의 동일성 대치의 규칙에 대한 중요한 제한점을 지적해야만 하겠다. 상항 E는 내포적 술어이며, 이것이 의미하는 바는 항의 동일성 대치는 그 항 입장(term position)에서 성립하지 않는다는 것이다. 우리가 동일성에 대한 대치의 규칙을 형식화한다면 우리는 우리가 Et를 하나의 원자 문장으로서 간주하지 않는다는 것을 분명히 해야만 하며, 이것은 그렇지 않을 경우에 우리가 $Et'$를 $t=t'$와 $Et$로부터 도출할 수 있기 때문이다.

*1.4.2. 전적으로 내포적 술어들: 체계 B1.* Q3에 대해서 논의하는 동안 우리는 예화 규칙을 단순화하는 한 가지 방식은 내포적 술어 E를 그 언어에 도입하는 것이라고 지적하였다. **어떤 술어가 내포적**이라는 것은 그 술어의 세계 w에서의 외연이 항 내포들을 포함하며 우리가 일상적으로 기대하듯이 대상들을 포함하는 것은 아닐 때를 가리킨다. 더 조심스럽게는, 한 세계에서의 **n 항 내포적 술어 문자의 외연**은 상 내포들의 n 개 중체들의 집합이다.

Bressan[1973]은 아름답게 일반적인 양상 논리를 제시하는데, 그것은 모든 유형의 기술과 양화사들을 포함하는 것이고, 술어 문자들이 이런 의미에서 내포적이라고 가정한다. 확실히, 그렇게 강한 언어는 공리화될 수 없다. 하지만 Parks[1976]은 Bressan의 체계의 한 1차 술어 조각인 <B1>을 공리화하였으며 이 때 그는 양화에 대한 실체적 해석을 사용하였다. <B1> 체계는 그 양상적 토대로서 <S5>와 실체들의 고정된 논의 영역을 사용한다. 이런 까닭에, <B1>은 고전적 양화 규칙들과 바르칸 식을 타당하게 한다. 하지만 더 약한 양상들과 실체들의 세계 상대적 논의 영역들을 가진 더 일반적인 언어들은 술어들엔 o 한 Bressan의 더 일반적인 처리방식을 사용해서 구성될 수 있다. 사실, 우리는 어떤 중요한 복잡함을 유발하지 않고서도 그러한 술어 문자들을 QS에 추가할 수 있다. 우리가 해야하는 것은 그 술어 문자들에 대한 동일성 대치 규칙을 조정하여, 우리가 그것들의 내포들(단지 주어진 세계에서의 그 외연들만이 아니라)이 똑같다는 것이 알려져 있는 그런 문장을 이미 가지고 있지 않다면 한 항을 다른 항으로 대치하는 것이 허용되지 않도록 하는 것 뿐이다. 더 약한 양상 논리들에서는 이것을 위해서 우리가 강항 동일성을 나타내는 기호를 도입해야만 하며 이것은 강한 동일성은 유사한 항들(flanking terms)이 동일한 내포들을 갖는 꼭 그 경우에만 참이다. 일단 이 기호가 가용하게 되면 우리는 내포적 술어 문자들의 항 위치들(term positions)을 위해 강한 동일성 대치 규칙을 채택하기만 하면 된다.